1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

nonatomic player と atomic player がいるときの非協力ゲーム

01007982　東北大学　大西匡光　OHNISHI Masamitsu
01900730　東京工業大学　*渡辺隆裕　WATANABE Takahiro

1　はじめに

一般に非協力ゲーム理論では、そこで想定されている行動主体の数はそんなに多くはない。その大きな理由として、経済学の理論では行動主体が多数の場合の問題は完全競争時の一般均衡理論で描写され、非協力ゲーム理論はその対極としての主体の数が少数の場合の理論として発展して来たという歴史があるからだと考えて良いだろう。これは非協力ゲームが経済学の産業組織論を中心に近年飛躍的な発展を遂げたことからも分かる。人間がたくさんいるときは、完全競争における交換経済モデルの理論で十分と考えられてきたのではないだろか。

しかし、非協力ゲーム理論は経済学に限らず「社会現象を戦略によって利得関数を最大化する個人の行動の集合」として記述する「社会科学のための１方法論」と私たちは考えている。歴史的には経済学の中で発展を遂げてきたが、投票行動・法制度分析・社会問題等の分析に応用することもでき、ORの中の多くの問題にも非協力ゲームは大いに貢献できるであろう。こうした点を考えると人が多数の時のゲーム理論がもっと考えられてしかるべきではないだろうか。また、経済学とて、人が多数の時の問題は一般均衡モデルだけで十分なわけでもあるまい。

人が多数いるときはゲームのプレイヤーを n とし、その n を大きくすれば良いというわけでは必ずしもない。合理的な個人はかなり多数の人間がいる場合も、一人一人がどのように行動するかを厳密に計算し、それが影響してモデルは現実に合わない結果を導くことが多い。また分析は複雑になり易く、結果を一般的に導くことは困難である。そこでここでは、人が多数の時を扱う非協力ゲーム理論として、無限にプレイヤーがいる場合の非協力ゲーム理論を考える。

この理論には Schmeidler (1973) , Mas-Colell (1984), Green (1984) の３種類の定式化があり、いくつかの研究がこれを引き継いでいる。しかしながら、これらの研究はそれぞれ一般的な定式化のみが扱われており、応用例を示しているものはない。

Mas-Colell,Green が一般均衡理論を意識した研究になっていることを考えると Schmeidler の定式化が応用には一番であると考えられる。しかし、Schmeidler の定式化はプレイヤーの集合を $N = [0,1]$ に限っている。また、その研究は Rath(1992) 等をみれば分かるように、すべての player が測度 0 の場合のみが興味の中心であり、mass measure を持つような player に対する結果は明らかではない。

本研究ではこの Schmeidler (1973) の定式化を、施設配置問題や交通流設計問題などに応用できるように、compact metric space に player の空間を拡張し、mass measure を持つ player も含むような場合を考察する。また、実際に施設配置問題や交通流設計問題に対する応用も考える。

2　モデル

プレイヤーの集合を T とし、T は compact な距離空間とする。$\mathcal{B}$ を T のすべての開集合

を含む最小のσ集合体とし、λをT上の有限測度とする。$(T, \mathcal{B}, \lambda)$をプレイヤー空間と呼ぶ。各プレイヤーはすべて同じ$n$個の純粋戦略を持つとし、$j$番目の戦略（純粋戦略）を$e^j$（$j$成分が1で他が0の$n$次元ベクトル）で表す。ここで、$E = \{e^1, \ldots, e^n\}$とする。混合戦略の集合を

$$P = \{(p^1, \ldots p^n) | p^j = 1, j = 1, \ldots, n \quad \sum_{j=1}^n p^j = 1\}$$

とする。ここで戦略プロフィールをTからPへの可測関数とする。戦略プロフィールは「ゲームの結果」を表し、戦略プロフィール$\hat{x}$に対して$\hat{x}(t)$はプレイヤーtの混合戦略を表している。$\hat{P}$をすべての戦略プロフィールの集合としよう。任意の$\hat{x} \in \hat{P}$に対して、

$$s^j(\hat{x}) = \int_T \hat{x}^j d\lambda$$

とし、

$$s(\hat{x}) = (s^1(\hat{x}), \ldots, s^n(\hat{x}))$$

とする。これを用いることにより、戦略プロフィールの集合$\hat{P}$は線形位相空間のコンパクト凸集合となる。

次に利得関数を定義するために、$T \times \hat{P}$からR^nへの関数を$\hat{u}$として定義する。ここで、$\hat{u}(t_0, \hat{x})$の第j成分$\hat{u}^j(t_0, \hat{x})$は、ほとんどすべてのプレイヤーtが$\hat{x}(t)$を戦略としている時に、プレイヤーt_0が戦略e^jを取って得られる利得である。プレイヤーtが混合戦略$p \in P$を取ったときの利得は

$$p \cdot \hat{u}(t, \hat{x}) = \sum_{j=1}^n p^j \hat{u}^j(t, \hat{x})$$

となる。ここで$p \cdot q$はpとqの内積を表す。

このように一つのゲームは$\hat{u}$によってcharacterizeされるので、$\hat{u}$を一つの「ゲーム」と呼ぶことにしよう。

定義 1 $T \times \hat{P}$からR^nへの関数$\hat{u}$をゲームと呼ぶ。

この時、均衡概念を以下のように定義する。

定義 2 ほとんどすべての$t \in T$に対して、以下の式を満たす$\hat{x} \in \hat{P}$をゲーム$\hat{u}$の均衡点と呼ぶ:

$$\forall p \in P \quad \hat{x}(t) \cdot \hat{u}(t, \hat{x}) \geq p \cdot \hat{u}(t, \hat{x})$$

3 分析結果

次の2つの仮定をおく。

仮定 1 $\hat{u}(t, \hat{x})$はtに対して連続とする。

仮定 2 任意の$\hat{x} \in \hat{P}, i, j \in \{1, \ldots, n\}$に対して、$\{t \in T | \hat{u}^i(t, \hat{x}) \geq \hat{u}^j(t, \hat{x})\}$は可測とする。

本発表では、この仮定のもとで「mass measure を持たない player は純粋戦略を用いるような均衡点が存在する」ことを示し、その応用例についても考察する予定である。

参考文献

E. J. Green (1984) Continuum and finite player noncooperative models of compettition, *Econometrica*, 52, 975–993.

A. Mas-Colell (1984) On a theorem of Schmeidler, *Journal of Economic Theory*, 16, 443-456.

K. P. Rath (1992) A direct proof of the exsistence of pure strategy equilbriua in games with a continum of players, *Economic Theory*, 2, 427–433.

D. Schmeidler (1973) Equilibrium Points of nonatomic games. *Journal of Statistical Physics*, 7, 295–300.