1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ファジィ最短経路問題の2目的定式化

02003584　大阪大学　*伊藤　健　ITOH Takeshi
01005194　大阪大学　石井　博昭　ISHII Hiroaki

1　はじめに

最短経路問題において、ネットワーク内で定義される距離は定数である。しかし、現実には都市間を移動する進行速度や所要時間が時刻、日付、天候等により影響を受けるため、そのようなことは実社会において極めて稀なことであり、ネットワーク中の各枝に対してファジィな距離を与えることが妥当であると考える。また、距離的に最短な経路を選択しても、その経路上の枝が確実に存在するとも限らない。つまり、枝の存在可能性も併せて考慮する必要があり、このような要因は経路を通過する際の安全性、危険性、コスト等とも解釈できる。

本研究においては、ネットワーク中の各枝に対して、ファジィ理論で扱うL-Rファジィ数をその距離とし、その存在可能性も与えておく。定式化については、「経路の距離がある値以下となる」ようなファジィ目標を導入し、その可能性測度と経路の存在可能性との両面から2目的問題として最適化を試みる。

2　定式化

対象とするネットワークをグラフ$G(N,E)$で表し、$N=\{1,2,\cdots,n\}$はノード集合、Eは枝集合で$e_{ij}\ (i,j\in N, i\neq j)$なるノード$i,j$を結ぶ枝により構成されるものとする。ただし、ノード1は始点（出発点）、ノードnはターミナルノードとし、各枝e_{ij}には距離$\tilde{D}_{ij}$が設定されており、これらは次のようなメンバシップ関数により制限される正のL-Rファジィ数として定義する。

$$\mu_{\tilde{D}_{ij}}(x)=\begin{cases} L\left(\dfrac{m_{ij}-x}{\alpha_{ij}}\right) & (x\leq m_{ij},\ \alpha_{ij}>0) \\ R\left(\dfrac{x-m_{ij}}{\beta_{ij}}\right) & (x\geq m_{ij},\ \beta_{ij}>0) \end{cases}$$

ただし、Lは$L(0)=1;\ L:[0,+\infty)\rightarrow[0,1]$なる減少関数とし、$R$も同様の関数とする。したがって、$\tilde{D}_{ij}$のメンバシップ関数は$m_{ij}$において頂点をとる単峰型となる。また、$\tilde{D}_{ij}$を$\tilde{D}_{ij}=(m_{ij},\alpha_{ij},\beta_{ij})_{LR}$で表現すれば、$\tilde{D}_{ij}$と$\tilde{D}_{jk}=(m_{jk},\alpha_{jk},\beta_{jk})$の拡張和$\tilde{D}_{ij}\oplus\tilde{D}_{jk}$は

$$\tilde{D}_{ij}\oplus\tilde{D}_{jk}=(m_{ij}+m_{jk},\alpha_{ij}+\alpha_{jk},\beta_{ij}+\beta_{jk})_{LR}$$

となる[2]。

さらに、各枝には存在可能性に対応する定数$a_{ij}\in[0,\,1]$が与えられているものとする。

本定式化の最適化基準の1つは、始点から終点までのすべての経路のうち、その距離がある値A以下となる可能性がより大きいものを選択することである。そのために、次のようなファジィ目標Gを設定する。

G:「経路の距離はだいたいA以下である。」

したがって、Gのメンバシップ関数は例えば

$$\mu_G(x)=\begin{cases} 1 & (0<x<A) \\ \dfrac{B-x}{B-A} & (A\leq x\leq B) \\ 0 & (x>B) \end{cases}$$

と考えることができる（図1参照）。

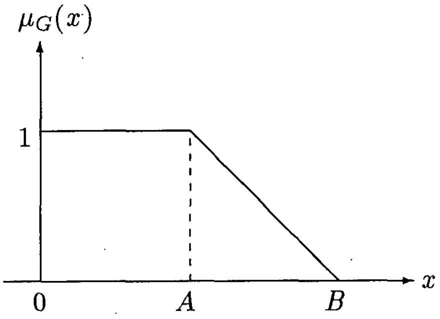

図1　ファジィ目標Gのメンバシップ関数

経路の距離は、その経路を構成する枝の距離によって決定されるものとし、ファジィ距離の拡張和として定義する。

2つ目の最適化基準は経路の存在可能性がより大きなものを選択することであるが、本研究においては経路を構成する各枝間での最小存在可能性を、その経路の存在可能性とする。

このとき、ノード1からノードiへの全ての経路により構成される集合をP_i、その要素p（すなわち、ある経路で、これもまた一連の枝集合である: $p \subset E$）に対する距離を$\tilde{D}(p)$とし、次のような2目的問題を考える。

$$\begin{array}{lll} \text{Maximize} & \Pi_{\tilde{D}(p)}(G), & \min_{(i,j)\in p} a_{ij} \\ \text{subject to} & p \in P_n & \end{array}$$

ここで、$\Pi_{\tilde{D}(p)}(G)$はファジィ目標Gに対する可能性測度であり、

$$\Pi_{\tilde{D}(p)}(G) = \sup_x \min\{\mu_{\tilde{D}(p)}(x),\ \mu_G(x)\}$$

と定義される。$\tilde{D}(p)$のメンバシップ関数が単峰型であるので、$\Pi_{\tilde{D}(p)}(G)$は下の図2のように解釈できる。

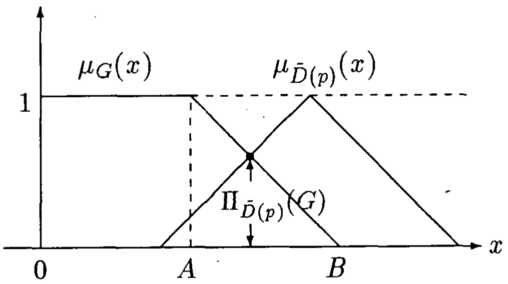

図2　ファジィ目標Gに対する可能性測度

3　おわりに

上記の問題の解法は**Dijkstra**のアルゴリズム[1]を拡張、応用したものであるが、本研究の詳細と併せて発表会当日に説明する予定である。

参考文献

[1] E.W.Dijkstra, "A note on two problem in connection with graphs", Numerische Mathematics 1 (1959).

[2] D.Dubois & H.Prade, "Fuzzy sets and systems", Academic Press, New York (1980).

[3] C.M.Klein, "Fuzzy shortest paths", Fuzzy Sets and Systems 39 (1991).

[4] 中島, 竹田, 石井, "ファジィ理論入門", 裳華房 (1994).

[5] 伊藤, 石井, "可能性測度による組合せ最適化問題", 京都大学数理解析研究所講究録 (出版予定).