

## 需要点の位置がファジィである施設配置問題

01602685 近畿大学 松富達夫 MATSUTOMI Tatsuo

01005195 大阪大学 石井博昭 ISHII Hiroaki

## 1. はじめに

目的関数や制約条件がファジィである施設配置問題の研究には[1], [2]などがあるが、ここでは、需要点の位置がファジィであるような場合の問題について考える。

## 2. 可能性分布

一般に施設配置の問題においては、需要点の位置は確定的なものとして計画問題を考える。しかし、実際にはその位置は1点として明確には定まらず、ある幅を持った区域内に存在すると考えられる場合もある。ここでは、このような場合を需要点の位置がファジィであるとして取り扱う。

いま、メンバーシップ関数を可能性分布としてみることで、次のような測度が定義される。

[定義] 可能性測度

次の性質を満たす集合関数  $\Pi$  を可能性測度と呼ぶ。

1.  $\Pi : \forall A \subseteq \Omega \rightarrow [0, 1]$
2.  $\Pi(\Phi) = 0 ; \Pi(\Omega) = 1$
3.  $\Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B))$ ,  
 $\forall A, B \subseteq \Omega$

特に目的関数がファジィ集合  $A$  である場合、可能性測度は次のように定義される。

$$\Pi(A) = \sup_x \min(\pi(x), \mu_A(x)),$$

ここで  $\pi(x)$  は可能性分布関数で、 $\mu_A(x)$  はファジィ集合  $A$  のメンバーシップ関数である。

需要点に関する可能性分布は次のように考えられる。

平面上に  $n$  個の需要点  $Y_i = (x_i, y_i), i=1, 2, \dots, n$ , が存在するものとする。ただし、このとき、 $Y_i$  の位置はファジィであり、図1に示す点  $A_i = (a_i, b_i)$  を中心とした領域  $R'(A_i)$  内に決まるものとする。またその位置の座標の可能性は点  $A_i$  で最も高く、そこより遠ざかるに従って低くなるものとする。

需要点  $Y_i$  と  $A_i$  間の距離は直角距離で測るも

のとし

$$d_i = p_i |x_i - a_i| + q_i |y_i - b_i| \quad (1)$$

で定義する。

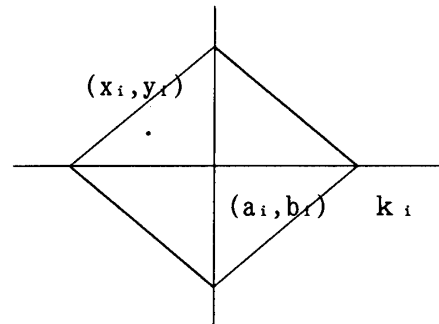


図1 領域  $R'(A_i)$

このとき、需要点の位置に関して次のような可能性分布  $\mu_{Y_i}(x_i, y_i)$  を定義する。

$$\mu_{Y_i}(x_i, y_i) = 1 - \frac{d_i}{k_i} \quad (2)$$

## 3. 問題の定式化

ここで、目的関数値にファジィ目標  $G$  を考え、施設配置問題を様相概念による可能性測度最大化[3]として次の問題  $P$  のように定式化する。

$$\text{問題 } P : \text{Maximize } \min_{(x,y)} \Pi_{Y_i}^i(G)$$

ここで、 $\Pi_{Y_i}^i(G)$  は可能性測度で

$$\Pi_{Y_i}^i(G) = \sup_{(x_i, y_i)} \min \{ \mu_{Y_i}(x_i, y_i), \mu_G(D_i) \} \quad (3)$$

である。また、 $(x, y)$  は配置すべき施設の  $x, y$  座標である。 $\mu_G(D_i)$  は(4)式で表される配置施設と需要点  $Y_i$  間の距離に関するメンバーシップ関数である。

$$\mu_G(D_i) = \begin{cases} 1 & ; D_i \leq e_i \\ 1 - \frac{D_i - e_i}{l_i - e_i} & ; e_i < D_i \leq l_i \\ 0 & ; D_i > l_i \end{cases} \quad (4)$$

ただし、ここで

$$D_i = |x - x_i| + |y - y_i|$$

$(x, y)$  : 配置施設の  $x, y$  座標

問題 P は次の問題 P 1 と等価である。

問題 P 1

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } h \\ & \text{subject to} \\ & \sup_{(x_i, y_i)} \min \{ \mu_{v_i}(x_i, y_i), \mu_a(D_i) \} \geq h \end{aligned} \quad (5)$$

ここで制約条件式 (5) は次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} \mu_{v_i}(x_i, y_i) &\geq h, \quad \mu_a(D_i) \geq h \\ &\forall (x_i, y_i) \in R \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式は (2) 式より

$$h = 1 - \frac{p_i |x_i - a_i| + q_i |y_i - b_i|}{k_i}$$

と書け、さらに

$$p_i |x_i - a_i| + q_i |y_i - b_i| \geq k_i h \quad (7)$$

となる。また、(4) 式より

$$(1_i - e_i)(1 - h) + e_i \geq D_i \quad (8)$$

いま、需要点  $i$  に対して次の定理が成立する。

[定理]  $\sup_{(x_i, y_i)} \min \{ \mu_{v_i}(x_i, y_i), \mu_a(D_i) \}$  は

$$1 - \frac{d_i}{k_i} = 1 - \frac{D_i - e_i}{1_i - e_i} = t_i \quad (9)$$

を満たす点  $(x_i, y_i)$  で起こる。

#### 4. 解法手順

定理より問題 P の最適解は次の手順により求まる。

手順 1 : 図 1 で定めた領域  $R'(A_i)$  の 4 つの各頂点より、それぞれ  $x, y$  軸に平行な直線を引き、対象領域をいくつかのメッシュに分割する。得られたメッシュに適当に番号,  $j=1, \dots, s$ , を付ける。

手順 2 :  $(x, y)$  を  $j$  番目のメッシュ内に配置するものとした部分問題  $j$  を考える。  
[部分問題  $j$ ] (9) 式で定義された  $t_i$  に対して

$$t = \min_i t_i, \quad i=1, \dots, n$$

を最大にする  $(x, y)^j$  の配置を求める。

各メッシュに対して同様に部分問題を解き、それぞれの  $t$  の値を  $T_j$  とする。

手順 3 : 最適配置  $(x^*, y^*)$  は次のように定まる。

各メッシュに対して求まった  $T_j$  に対し

$$T = \max_j (T_j), \quad j=1, \dots, s.$$

を与える  $j$  に対する配置を  $(x, y)^j$  とすると

$$(x^*, y^*) = (x, y)^j$$

#### 5. 部分問題の解法

手順 2 により与えられる部分問題で得られる  $t_i$  は、定理より  $x, y$  の関数として与えられる。

したがって、各部分問題は Megiddo[4] と同様な問題として定式化される。

#### 6. 今後の課題

ここでは、配置対象区域をメッシュに分割した部分問題を考える解法を与えたが、より効率的な幾何学的解法の開発が期待される。また、必然性測度最適化の問題も今後の課題である。

この研究は文部省科学研究費一般 c 07680462 によるものであることを付記しておく。

#### 参考文献

- [1] 松富、石井 "ファジィ概念を用いた非対象距離施設配置問題"、日本ファジィ学会誌、1996年2月号(予定)。
- [2] U. Bhattacharya, J.R. Rao and R.N. Tiwari, "Fuzzy multi-criteria facility location problem", Fuzzy Sets and Systems, Vol.51, 1992, pp277-287.
- [3] M. Inuiguchi and H. Ichihashi, "Relative Modalities and Their Use in possibilistic linear Programming" Fuzzy Sets and Systems, Vol.35(1990), pp.303-323.
- [4] N. Megiddo, "Linear-time algorithm for linear programming in R3 and related problems", SIAM J. Comput, Vol.12, pp759-776.