1996年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

# 遺伝的アルゴリズムによる巡回セールスマン問題のマルコフ解析

02401560　法政大学　*長崎 勇治　NAGASAKI Yuji
01900070　法政大学　若山 邦紘　WAKAYAMA Kunihiro

## 1　はじめに

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms, 以下 GA) とは, 生物の進化の課程を模倣した手法である.GA は人工生命や人工知能, そして最適化問題などのさまざまな問題に応用されている. しかし, 最適化問題における GA の有用性は経験的なものでしかなく, 最適解への収束確率や, 収束に必要な世代数といった理論的な解析はあまり行なわれていない. 従来の 理論的な研究にスキーマ定理がある. スキーマ定理では, 定義長が短くてオーダが低く, 適応度が平均以上であるスキーマは飛躍的に増大するという概念を示しているが, 上記のような具体的な目安を与えるものではない.

本研究では, よく GA の応用として用いられる巡回セールスマン問題 (Travering Salesman Problem, 以下 TSP) を吸収マルコフ連鎖として定式化し, 近似なしに GA の挙動を解析する. 実際に用いられるような規模の TSP では, 状態数が多すぎ解析が困難であるので, まずは小規模で, 単純な構造の問題として,4 都市の TSP を解析した.

## 2　GA による TSP の解法

### 2.1　サブツアー交換交差

GA の特性を反映させるために, 形質の遺伝性が高い交差であるサブツアー交換交差を用いた. サブツアー交換交差では, 親の染色体をそれぞれランダムに 2 点で切り, 2 点間に含まれる遺伝子の要素が全て一致するときに限り交差を行なう. また, 交差を行なった場合, 図1のように4通りの子が生成される. この方法では, 親のすべての形質を子に伝えることができる.

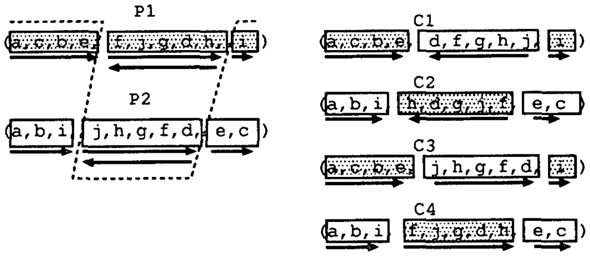


図 1 サブツアー交換交差

### 2.2　その他の遺伝的操作とパラメータ

集団サイズは 2, 交差率は 1 とし, 交差回数の制限は設けない. 選択にはルーレット選択を用いる.

また, 突然変異はモデルを複雑にするうえ, 他の探索手法でも使われており,GA 固有の探索ではないため今回は考慮しない.

## 3　吸収マルコフ連鎖による定式化

### 3.1　吸収マルコフ連鎖

本研究で使うマルコフモデルの概念について簡単に述べる. 状態 $i$ から $j$への推移確率 $p_{ij}$ を要素に持つ行列を, 推移確率行列 $P$とする.この推移確率は, 時点 $t$ でも $t-1$ でも全く同じであると仮定すると, 状態確率分布$\pi(t-1)$ から$\pi(t)$ への推移は, 次のように書ける.

$$\pi(t) = \pi(t-1)P = \pi(0)P^n \qquad (1)$$

*法政大学大学院工学研究科システム工学専攻修士過程

このとき $p_{ii}=1$ である状態 $i$ を吸収状態と言う. 吸収マルコフ連鎖の推移確率行列は, 次のように書ける.

$$P=\begin{bmatrix} Q & R \\ O & I \end{bmatrix} \tag{2}$$

$n$ 次の推移確率行列 $P^n$ は $n\to\infty$ のとき

$$\lim_{n\to\infty} P^n=\begin{bmatrix} O & MR \\ O & I \end{bmatrix} \tag{3}$$

となる.このときの $M$ は基本行列と呼ばれ,

$$M=(1-Q)^{-1} \tag{4}$$

である.$M$ の要素 $m_{ij}$ は「$i$ から出発したとき, $j$ を訪問する平均回数」を表す.

ここで$\xi$をすべてが1の列ベクトルとしたとき,

$$\tau = M\xi \tag{5}$$

とすると, 列ベクトル $\tau$ は「$i$ から出発したとき, いずれかの状態に吸収されるまでの平均時間」を表す.

また $MR$を吸収確率行列といい, その要素は「$i$ から出発したとき, いつかは $j$に吸収される確率」を表す.

## 3.2 定式化

ひとつの生物集団を状態と考える. 都市数を $n$, 集団サイズを $m$ すると, 全状態数 $N$は

$$N=\binom{(n-1)!}{m}+(n-1)! \tag{6}$$

今回は都市数 4, 集団サイズ 2 としたので, 解を表す個体数は 6, 全状態数 $N=21$ である. ここで表1のようにすべての個体に番号をつける.

表1:個体の種類

| 個体番号 | 染色体 |
|---|---|
| $I_1$ | 1 2 3 4 1 |
| $I_2$ | 1 3 2 4 1 |
| $I_3$ | 1 2 4 3 1 |
| $I_4$ | 1 4 2 3 1 |
| $I_5$ | 1 4 3 2 1 |
| $I_6$ | 1 3 4 2 1 |

また, 表2にすべての親の組合せに対して, 交差を適用した時に生じる子の一覧を示す. 生じた子の中から, ルーレット選択によって2つの個体が選択され, 次世代の親となる.

表2:生じる個体

| 状態 $i$ | 親 | 子 $C_i$ |
|---|---|---|
| 1 | $I_1,I_1$ | $I_1$ |
| 2 | $I_1,I_2$ | $I_1,I_2,I_4,I_5$ |
| 3 | $I_1,I_3$ | $I_1,I_3,I_5,I_6$ |
| 4 | $I_1,I_4$ | $I_1,I_2,I_4,I_5$ |
| 5 | $I_1,I_5$ | $I_1,I_2,I_3,I_4,I_5,I_6$ |
| 6 | $I_1,I_6$ | $I_1,I_3,I_5,I_6$ |
| 7 | $I_2,I_2$ | $I_2$ |
| 8 | $I_2,I_3$ | $I_2,I_3,I_4,I_6$ |
| 9 | $I_2,I_4$ | $I_1,I_2,I_3,I_4,I_5,I_6$ |
| 10 | $I_2,I_5$ | $I_1,I_2,I_4,I_5$ |
| 11 | $I_2,I_6$ | $I_2,I_3,I_4,I_6$ |
| 12 | $I_3,I_3$ | $I_3$ |
| 13 | $I_3,I_4$ | $I_2,I_3,I_4,I_6$ |
| 14 | $I_3,I_5$ | $I_1,I_3,I_5,I_6$ |
| 15 | $I_3,I_6$ | $I_1,I_2,I_3,I_4,I_5,I_6$ |
| 16 | $I_4,I_4$ | $I_4$ |
| 17 | $I_4,I_5$ | $I_1,I_2,I_4,I_5$ |
| 18 | $I_4,I_6$ | $I_2,I_3,I_4,I_6$ |
| 19 | $I_5,I_5$ | $I_5$ |
| 20 | $I_5,I_6$ | $I_1,I_3,I_5,I_6$ |
| 21 | $I_6,I_6$ | $I_6$ |

推移確率行列, 計算結果, 考察は発表時に示す.

# 参考文献


[1] 森村, 高橋 「マルコフ解析」日科技連 (1979)

[2] Goldberg,D.E. *Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley(1989)

[3] 小林 重信 他「遺伝的アルゴリズムの基礎と応用 [I]〜[IV]」オペレーションズ・リサーチ Vol.38 No.5-8 (1993)

[4] 山村 雅幸 他「マルコフ過程によるSimple GAの解析」第2回 FAN シンポジウム講演論文集 p.383〜p.388 (1992)