積み出し型交通路の適正配置モデル

01107680　慶應義塾大学　栗田　治　KURITA Osamu

1. はじめに

本研究では，平面上に物資が離散的に存在する状況を想定する．そして，これら物資を，決められた一点まで積み出すための交通路を，輸送コストが小さくなるように配置するための数理モデルを扱う．便宜上，これを**積み出し型交通路**と呼ぶことにしよう．これらは具体的には，鉄道，高速道路，運河といったものである．ここではモデルの主たる適用対象を"港への資源の積み出し"とする．例えば，平面上の"そこここ"に天然資源の採掘場があると思えばよい．一本の鉄道 (or 高速道路 or 運河) をどの様に敷設すれば低コストの輸送ができるか? これを交通路の長さの制約 (即ち建設コストの制約) の下で解きたい．ただし，離散的に存在する物資の起点からは，積み出し型交通路の最寄りの点まで，在来の手段 (例えば一般道上のトラック輸送) で運搬するものとする．これが本稿の問題である．

なお，このモデルは他にも，郊外から都心へのヒトの大量輸送，トラックと鉄道を利用したゴミの焼却場への運搬，等々にも適用可能である．

2. 定式化

まず，図1のように，内陸部に資源の産出地がI点だけあるものとしよう (農作物等の産出地でもよい)．これらの地点を，適当な直交座標系で

$$(u_i, v_i) = [i\text{番目の産出地点}] (i = 1, 2, \cdots, I) \quad (1)$$

と与え，その出荷量を次のように置く：

$$w_i = [(u_i, v_i)\text{の1日当たり出荷量}] (i = 1, 2, \cdots, I). \quad (2)$$

さらに，同一の直交座標系で次を定義する：

$$(x_0, y_0) = [\text{港の位置}]. \quad (3)$$

とりあえずのところ，(x_0, y_0) は与件とする．

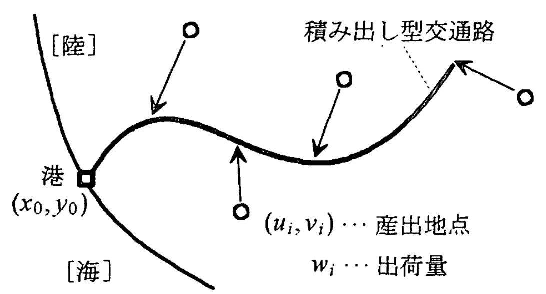

図1　産出地点と積み出し型交通路への割り当て.

さて，ここで港 (x_0, y_0) に1つの端点を持つような"積み出し型交通路"を設けることにしよう．これを自由曲線で与えると，後の問題が片側端点固定の変分問題に帰着し，取り扱いがかなり面倒になりそうである．そこで便宜上，次のような $J+1$ 個の頂点を順に直線分で繋いだ折れ線で与える ($I \le J$とする)：

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \cdots, (x_J, y_J). \quad (4)$$

ただし，総延長が長さL以下である，という建設コストの制約があるものとする：

$$\sum_{j=1}^{J} \sqrt{(x_j - x_{j-1})^2 + (y_j - y_{j-1})^2} \le L. \quad (5)$$

以上の準備の下で次のように約束する．まず，資源の産出地点 (u_i, v_i) を，積み出し型交通路上の1点に割り当てる．(u_i, v_i) からその割り当て点に向けて，量 w_i の資源をトラックで送り出す ($i = 1, 2, \cdots, I$)．この輸送は直線距離で行うものとする．続いて，送り出された資源を積み出し型交通路を用いて港 (x_0, y_0) まで積み出す．

ただし，積み出し型交通路上の"割り当て点"は折れ線の $J+1$ 個の頂点 (4) の中から選ぶことにする．その理由を述べておこう：割り当て点が (x_{j-1}, y_{j-1}) と (x_j, y_j) を結ぶ線分 ($j = 1, 2, \cdots, J$) のいずれかの"中間"にあるものとする．この場合，折れ線の頂点をその割り当て点に適宜変更することによって，積み出し型交通路を元の長さ以下に変更することが可能である ($I \le J$だから)．この仕組みを図2に例示する．図2のように変更された交通路では，資源は折れ線のいずれかの頂点に割り当てられている．このような理由により，最初から折れ線の頂点集合 (4) の中から割り当て点を抽出するのである．

また，単位輸送コスト (単位は例えば円/(km・トン)) を次の如くに与えておく (ここでは輸送量の規模

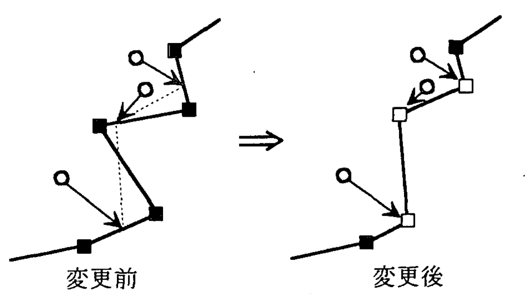

図2　割り当て点を辺上から頂点に変更する例.

がコストに与える効果は考えない)：

$$\alpha = [\text{トラックによる単位コスト}], \quad (6)$$
$$\beta = [\text{積み出し型交通路上の単位コスト}]. \quad (7)$$

ここで，(u_i, v_i) の資源1単位を頂点 (x_j, y_j) に割り当てて港まで積み出したときの輸送コストを

$$f_i(j) = \alpha\sqrt{(x_j - u_i)^2 + (y_j - v_i)^2} + \beta\sum_{k=1}^{j}\sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2} \quad (8)$$

と定義する．そして，この“積み出し型交通路への運搬コスト＋積み出し型交通路上の輸送コスト” $f_i(j)$ を最小にする頂点 $j^*(i)$ に (u_i, v_i) の資源を割り当てる，と約束しよう：

$$j^*(i) = \operatorname{argmin}\{f_i(j) | j \in \{0, 1, \cdots, J\}\}, \quad (i = 1, 2, \cdots, I). \quad (9)$$

このとき，輸送コストの総和(Tと呼ぶ)は次式の通りに記述される：

$$T = \sum_{i=1}^{I} w_i\, f_i(j^*(i)). \quad (10)$$

こうして，次の最小化問題を設ける：

$$\text{minimize} \quad T((x_1, y_1), \cdots, (x_J, y_J))$$
$$\text{subject to} \quad (5)\text{式}.$$

ところで，上記の設定を変えて，(6)，(7)式のαとβを，速度の逆数で与えることにも意味がある．例えば，(u_i, v_i) にいる w_i 人の人々 $(i = 1, 2, \cdots, I)$ が皆んな点 (x_0, y_0) に移動するものとしよう．こう考えた場合，(10)式のTは人々の移動に関する総所要時間となる．

なお，上記とは異なり，資源を「そこへの直線距離が最短であるような頂点に割り当てる」と約束し，かつ資源の出荷量を平面上の連続密度で与える場合は，Voronoi図の応用による[1]の方法が有効であろう．

3．数値例

例として，$I = 10$(資源の産出場所は10地点)，$J = 10$(折れ線の頂点は港を含めて11点)，$\alpha = 4$，$\beta = 1$，$w_i = 1 (i = 1, 2, \cdots, 10)$，$L = 12$として解いた1つの結果を図3に示す．図の太線は最適化を行った結果の頂点 $(x_0^*, y_0^*), (x_1^*, y_1^*), \cdots, (x_{10}^*, y_{10}^*)$ を繋いだものである．最適化のためには逐次2次計画法プログラム[2]を用いた．なお，図3は $[0, 10]^2$ 上の一様乱数に基づいて100通りの初期値を設定し，それらの出力のうち最良のものを選んだ結果である(目的関数値は $T^* = 107.12$)．この例では制約式(5)は等号で成立している．図3の結果では，折れ線の頂点 (x_4^*, y_4^*) が産出地点(4)に一致し，(x_7^*, y_7^*) が産出地点(8)に一致している．また，(x_9^*, y_9^*) と (x_{10}^*, y_{10}^*) とは共に産出地点(10)に一致する結果となっている．

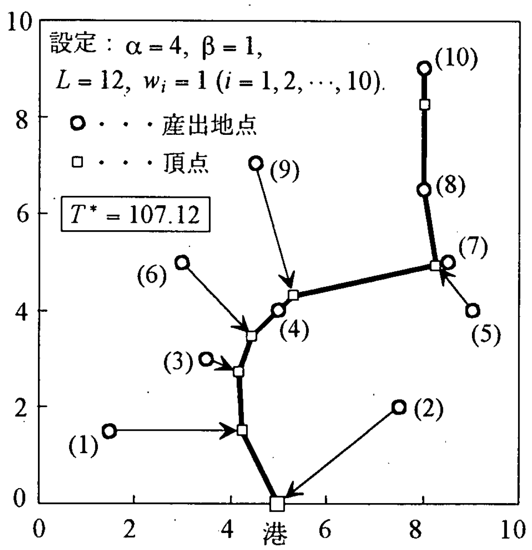

図3　積み出し型交通路の適正配置例．

4．発展

(1) 港の位置 (x_0, y_0) を海岸上で可変として問題を解いてもよい．その場合，港から他国への船による輸送コストも加味した目的函数を設けることにも意味があるであろう．

(2) 積み出し型交通路の建設コストを目的函数に組み込み，全体での利益を最大化するような問題を設けることもできる．

(3) ここでは資源の輸送に焦点を絞った記述を行った．しかし，このモデルは平面上の1点に人やモノを集めるような様々なタイプの交通路を対象とすることが出来る．

(4) 資源産出地間のトリップをも考慮したモデリングを行うことにも意味があるものと思われる．そのためには，1) 折れ線の頂点数をかなり大きな数とし，2) 頂点間の距離を一定に置いた上で，3) 目的地別の割り当て点を選ぶモデリングを行えばよいであろう．

謝辞

この研究は，日本OR学会の研究部会“広域インフラストラクチャー計画に関するOR”の研究の1つである．部会主査の高森　寛先生(青山学院大学)をはじめとする部会参加者に謝意を表します．また，日本GIF研究財団に感謝致します．

参考文献

[1] 鈴木敦夫，伊理正夫(1986)：駅の位置決め問題–利用者の総所要時間最小，日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集，2–C–9，pp.210–211.

[2] 茨木俊秀・福島雅夫(1991)：FORTRAN 77 最適化プログラミング，岩波書店.