1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

非ガウス在庫管理に関する一考察

01012595　(株)住建産業　*植 村 芳 雄　UEMURA Yoshio

1. 緒言

現在，各企業で実施されている在庫管理は，その理論的背景を需要分布に関するガウス性に置いていることが多い．しかしながら，正領域分布としての本質的な制約から，現実の分布は非ガウス分布に従うと見られることもしばしばで，そのギャップを少し多めの在庫や現場のフレキシブルな対応等で補足していると考えられる．

本稿では，まず，在庫管理理論の基礎式並びに非ガウス分布の基礎式について記述し，次に，実際の現場データ（ある製品の日売上データ）をいくつかの非ガウス分布に当てはめ比較検証を行ったので報告する．

2. 理論的背景

以下，公知のことであるが，ガウス．非ガウス分布に対する安全在庫の算定に必要な理論的基礎を列記する．

(2.1) 期間 L における総需要に対する安全在庫

x_iを1単位期間（例えば1日）の需要量とすると，L 期間の総需要量は次式で与えられる．

$$\sum_{i=1}^{L} x_i = X_L = x_1 + x_2 + \dots + x_L \tag{1}$$

ここで，x_iの平均値をμ, x_iの分散をσ^2とすると，X_Lの期待値 $E(X_L)$, 分散 $V(X_L)$ について，$E(X_L) = \mu L = \mu_L$, $V(X_L) = \sigma^2 L = \sigma_L^2$ が成り立つ.（但し，x_i, x_j $(i \neq j)$ は互いに独立）．よって，ガウス分布仮定の場合，安全係数 $k = (X_L - \mu L)/\sigma\sqrt{L}$ により，$X_L = \mu L + k\sigma\sqrt{L}$ となる．公知の通り，安全率 α = 95 %に対して k = 1.65 である．

(2.2) 幾つかの非ガウス分布とグラムシャリエ展開

(a) ガンマ分布：

$s = V(x_i)/E(x_i), m = E^2(x_i)/V(x_i)$　とすると，$V(X_L)/E(X_L) = s, E^2(X_L)/V(X_L) = mL(= M)$ を得る．m に関する再生性により 総需要 X_Lに対する分布は，次式で与えられる．

$$P_\Gamma(x_L; M, s) = \frac{1}{s\Gamma(M)}(\frac{x_L}{s})^{M-1}\exp(-\frac{x_L}{s}) \tag{2}$$

ここで，$y = x_L/s$ なる基準化を行うと，次式を得る．

$$P_\Gamma(y) = \frac{1}{\Gamma(M)} y^{M-1}\exp(-y) \tag{3}$$

α %点を kとすると，発注点 $X_\alpha = sk$ が得られる．

(b) 対数正規分布：

$$P(x_L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L}\frac{1}{x_L}\exp\{-\frac{(\ln x_L - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2}\} \tag{4}$$

ここで，パラメータμ_L, σ_L^2 は，次式により推定される．

$$E(X_L) = \exp(\mu_L + \frac{\sigma_L^2}{2})$$
$$V(X_L) = \exp(2\mu_L + \sigma_L^2)\{\exp(\sigma_L^2) - 1\} = E^2(X_L)\{\exp(\sigma_L^2) - 1\} \tag{5}$$

(c) グラムシャリエ展開：[2)]

$$P(x_L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_L}}\exp\{-\frac{(x_L - \mu_L)^2}{2\lambda_L}\}\{1 + \sum_{n\geq 3}\beta_n H_n(\frac{x_L - \mu_L}{\sqrt{\lambda_L}})\} \tag{6}$$

ここで，$\lambda_L = \sigma_L^2, \beta_0 = 1, \beta_1 = \beta_2 = 0, \beta_n = E\{(1/n!)H_n((x_L - \mu_L)/\sqrt{\lambda_L})\}$ である．なお，グラムシャリエ展開のα%点は，コーニッシュ＝フィッシャー展開により陽に求めることが可能である.[1)]

3. 実験的考察

ある製品に対する 156 日単位期間の需要データに対し，ガウス・非ガウスの各分布を仮定した場合の 95 %推定結果の 1 例を示す（Table 1）.

Table 1. α%点推定結果の例

分　　布	$N = 156(L = 1)$	$N = 39(L = 4)$
実　分　布	96	303
ガ ウ ス 分 布	93.3	288.9
ガ ン マ 分 布	101	296
対 数 正 規 分 布	102.4	302.9
グラム・シャリエ分布	–	315.2
コーニッシュ・フィッシャー展開	93.2	304.5
同上（第 3 項固定）	103.2	298.4

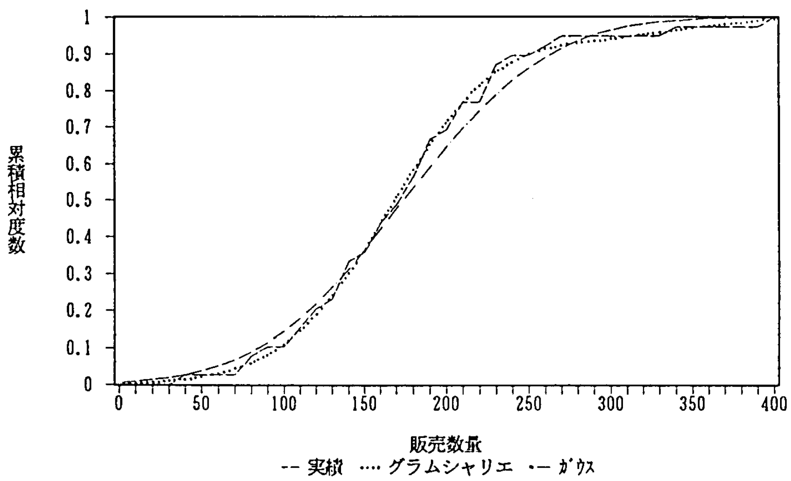

Fig. 1　需要分布の例 ($N = 39$)

Table 1. のごとく，$N = 156(L=1$ 日) ではガウス分布が最もよくあてはまり，$N = 39$ ($L=4$ 日) では対数正規分布が，$N = 156(L=4$ 日) ではコーニッシュ＝フィッシャー展開が実分布における 95 %点に近い．$N = 39$ の場合の需要分布を Fig. 1 に示す．その詳細及び他の結果については当日示す．

今後の課題としては，需要の多い製品への適用可否検討と，実用面への導入に取り組む予定である．

謝辞

本研究に多大のご援助を頂いた廣光清次郎氏（修道大・商），太田光雄氏（近畿大・工），勝部正義氏（住建産業）に深謝の意を表する．

文献

1) 竹内　啓: 確率分布の近似, 教育出版, p.186 (1978).

2)M.Ohta, K.Hatakeyama, S.Hiromitsu, and S.Yamaguchi: Journal of Sound and Vibration, 43(4), p.693-p.711 (1976).