1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

バングラデッシュの洪水に関する微分方程式モデル

02701300 慶應義塾大学 *山重裕之 YAMASHIGE Hiroyuki
01700130 慶應義塾大学 柳井 浩 YANAI Hiroshi

0. はじめに

バングラデッシュは，ガンジス河を中心とする大河川によって形成されたデルタ地帯である．その国土の約8割が標高30m以下の低平地であるため，雨期には，慢性的な洪水に見舞われる．特に，高潮を伴うサイクロンが上陸する時には，壊滅的な打撃を被る．

このデルタ地帯には，複雑な水系がはりめぐらされ，その水理も単純ではない．その忠実なモデル化は困難を極める．

そこで，バングラデッシュの国土全体の水理に関する簡単な微分方程式を提起し，シミュレーションと2～3の考察を試みる．

1. 微分方程式モデル

バングラデッシュの国土の形状を図1のようにモデル化する．すなわち，水位(x)の変化について，次のような微分方程式をたてる．

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p(t) - f(x, y)}{S(x)} \qquad (1)$$

ここに，

t:時刻
x:水位
y:海面の高さ
$S(x)$:水位xのときの水面の面積
$p(t)$:単位時間当たりの標準流入量
$f(x, y)$:単位時間当たりの標準流出量

である．

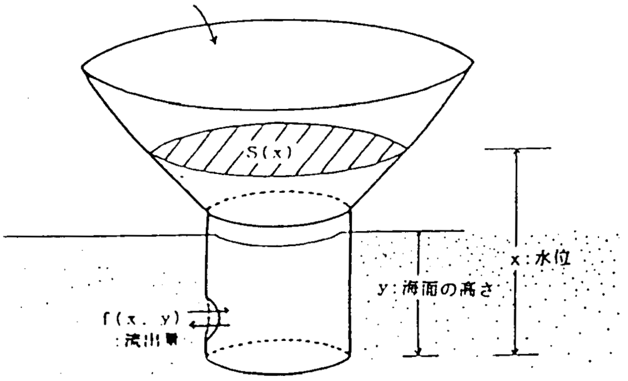

図1 酒杯型遊水地モデル

2. 諸元の推定

(1)式の微分方程式を解くに当たり，諸元を次のように推定した．

イ) 形状関数(S(x))

形状関数(S(x))は，バングラデッシュの地形に即して定められなければならない．ここでは，地図より測定した数値に基づき，次のように推定した．

$$S(x) = \begin{cases} 2.172\times10^{10} & (m^2) \quad (x\leq1) \\ 2.172\times10^{10}\times\sqrt{x} & (m^2) \quad (x>1) \end{cases} \qquad (2)$$

ロ) 海面の高さ(y)

気象記録に基づき，海面の高さ(y)を次のようにおいた．ここでは，日々の潮汐は無視している．

$$y = \begin{cases} 7 & (m) \quad (\text{サイクロン上陸時}) \\ 0 & (m) \quad (\text{それ以外}) \end{cases} \qquad (3)$$

ハ) 流入関数(p(t))

流入関数(p(t))は次式のように書くことができる．

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) \qquad (4)$$

ここに，

$p_1(t)$:単位時間当たりの河川流量
$p_2(t)$:単位時間当たりの降水量

である．実際の気象記録に基づき，$p_1(t)$および$p_2(t)$を次のように推定した．なお，これらは各月ごとに変化するものだが，大局的見地からして乾期，小雨期，雨期の3期をそれぞれまとめて考えた．

$$p_1(t) = \begin{cases} 5.605\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{乾期}) \\ 12.330\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{小雨期}) \\ 30.600\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{雨期}) \\ 50.389\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{サイクロン}) \end{cases} \qquad (5)$$

$$p_2(t) = \begin{cases} 0.301\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{乾期}) \\ 2.618\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{小雨期}) \\ 6.743\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{雨期}) \\ 14.490\times10^{10} & (m^3/\text{月}) \quad (\text{サイクロン}) \end{cases} \qquad (6)$$

ニ) 流出関数(f(x, y))

トリチェッリの定理を参照し，流出関数(f(x, y))を次式にように推定した．

$$f(x, y) = 12.5\times10^{10}\times(x-y)^{0.3} \qquad (7)$$

3．シミュレーション

3．1 モデルの妥当性

上記のような設定に基づいて，微分方程式（(1)式）の数値解を求め，その結果を図2に示す．ここに得られた数値解は，バングラデッシュにおける平年の気象現象とほぼ一致している．

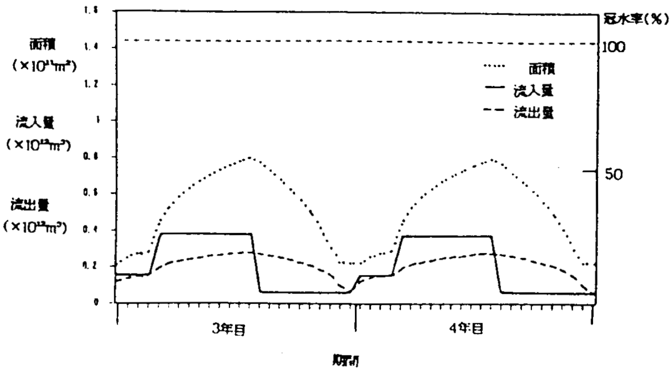

図2　微分方程式の数値解

次に，サイクロンの場合について考える．計算機上でサイクロンを発生させたときの結果を図3に示す．図3に示された数値解も，バングラデッシュの気象記録と合致している．

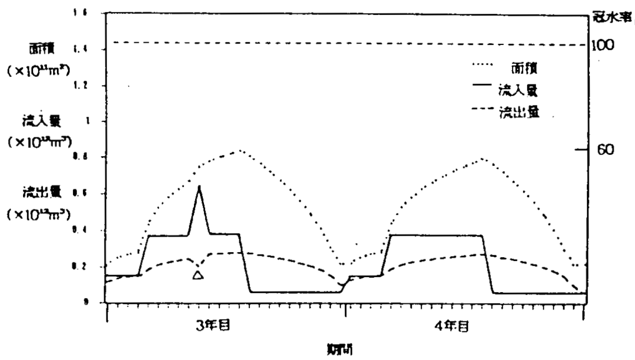

図3　微分方程式の数値解

3．2 数値実験

3．2．1 遊水地の効果

深刻な洪水を少しでも緩和するために，河川の上流に巨大な遊水地を建設し，流量を調整することを考える．一か月分の流量を貯えることが可能な遊水地を作り，その水を乾期に一様に放水すると想定し，数値解を求め，その結果を図4に示す．この図は，上流における流量制御だけでは，バングラデッシュの洪水を防ぐことが困難であることを示している．

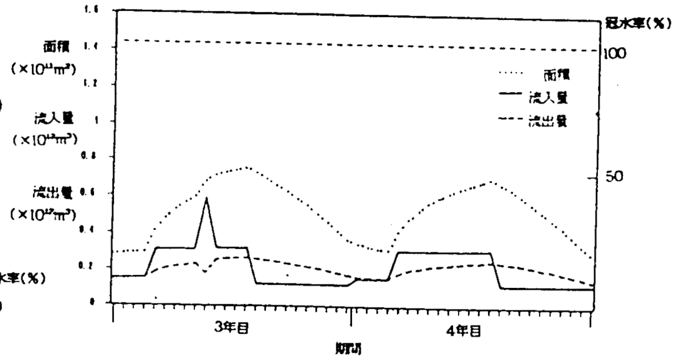

図4　微分方程式の数値解

3．2．2 浚渫の効果

次に，浚渫を施し河道面積を大きくすることを考える．いま，河道面積が従来の1.2倍になるような浚渫を実施したと想定し，数値解をもとめ，その結果を図5に示す．これだけの浚渫を実施しても，洪水を防ぐことは困難である．

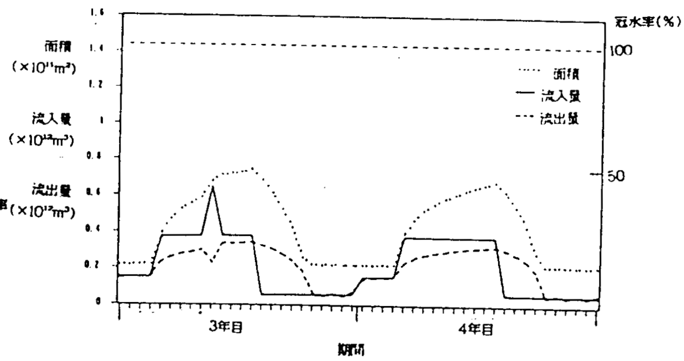

図5　微分方程式の数値解

4．おわりに

バングラデッシュにおける洪水を人為的に防ぐことが困難であることは以上に見た通りである．バングラデッシュの今後の発展に際し，本研究の結果は，洪水を回避することから発想を転換し，洪水との共存を前提とした都市開発の必要性を示唆している．

参考文献

[1]柳井　浩:「 アラル海の水位 」, ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝｽﾞ ﾘｻｰﾁ Vol.38 No.9, 1993, 日本OR学会

[2]H.Brammer, M.Asaduzzaman, P.Sultana: "Effect of climate and Sea-Level Change on the Natural Resources of Bangladesh", 1993, Bangladesh Unnayan Parishad

[3]国立天文台:「 理科年表（平成6年）」, 1993, 丸善