

エリアごとの所得分布推定法

NTT 通信網研究所 * 佐藤 大輔 SATOH Daisuke

01001600 NTT 通信網研究所 上田 徹 UEDA Tohru

1 はじめに

新サービスの需要を予測したいとき、各個人（世帯）ごとの利用意向は、数量化I類や数量化II類等を用いることで把握可能である。この際、必要なデータは、アンケートを取る等して入手することができる。新サービスの展開は、全国一律にできるわけではなく、力を入れるべきエリアを明確にしなければならない場合が多いと考えられる。このとき、このような個人データをエリアのデータに焼き直さなければならない。エリアデータの中で新サービスの需要予測に最も影響を与える要因の一つに所得がある。そこで、各エリアについて所得による特色づけを行うことが考えられる。しかしエリアごとの所得分布に関するデータを入手することは不可能に近い。所得の分布形態として、対数正規分布を用いることが考えられる [1]。ここで、分布形態を仮定したとしてもその平均と分散のデータを入手することは困難だと思われる。そこで、何らかの入手しやすいデータからの推定が必要となる。比較的入手しやすいデータとして平均の納税額、高額所得者の全世帯数に対する割合のデータがあり、これらを用いて対数正規分布の平均、分散を推定する方法を検討する。

2 定式化

所得 x の対数は、平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布に従うものとする。そのとき、 x_M を高額納税者をカウントする最低所得、 $f(x)$ を確率密度関数とすると、高額所得者の割合と平均納税額は次の (1) 式、(2) 式によって表される。

$$\int_{x_M}^{\infty} f(x) dx = \frac{n_{x_M}}{N} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^M \int_{x_{i-1}}^{x_i} a_i x f(x) dx + \int_{x_M}^{\infty} a_{M+1} x f(x) dx = T \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\log x - \mu)^2\right] \quad (3)$$

ここで、 n_{x_M} : 高額納税者数、 N : 世帯数、 a_i : 階層 i における税率、 T : 平均納税額である。
 目的関数 $F(\mu, \sigma)$ を次のように設定する。

$$F(\mu, \sigma) = \left(\frac{\int_{x_M}^{\infty} f(x) dx - \frac{n_{x_M}}{N}}{\frac{n_{x_M}}{N}} \right)^2 + \left(\frac{\sum_{i=1}^M \int_{x_{i-1}}^{x_i} a_i x f(x) dx + \int_{x_M}^{\infty} a_{M+1} x f(x) dx - T}{T} \right)^2 \quad (4)$$

3 解法

$F(\mu, \sigma)$ ができるだけ小さくなるような μ, σ を求める。その方法としてはニュートン・ラフソン法の使用などが考えられる。 μ, σ の初期値としては、ともに市区町村の平均納税額の値を用いることが考えられる。

4 エリアサービス利用意向推定法

数量化理論 II 類を用いると世帯 i に関する利用意向を示す関数 f_i は

$$f_i = \sum_{j,k} a_{jk} \delta_{jk}(i) \quad (5)$$

によって与えられる。ここで、 $\delta_{jk}(i)$ は次のように定義される。

$$\begin{aligned} \delta_{jk}(i) = 1 & : \text{属性種別 } j \text{ の分類 } k \text{ に世帯 } i \text{ が属するとき} \\ 0 & : \text{その他} \end{aligned}$$

これをエリア A に関して集計すると

$$\sum_{i \in A} f_i = \sum_{i \in A} \sum_{j,k} a_{jk} \delta_{jk}(i) \quad (6)$$

となる。(6) 式の $\sum_{i \in A} \delta_{jk}(i)$ はエリア A における属性 jk を持つ世帯数を表している。所得をいくつかの階層に分けたとき、各階層に属する世帯数として節 2,3 から得られる情報を用いることができる。

5 おわりに

ここで述べた所得の分布の推定と同様の方法が、他の属性についても適用でき、結果としてエリアごとの需要や利用意向の強さを推定することができる。

参考文献

- [1] 高橋長太郎: 所得分布の変動様式, 岩波書店 (1955)