1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

試験時に発生する費用を考慮した最適バーンイン時間(II)

01012123 三菱重工業株式会社 *伊藤弘道 ITO Kodo
01400043 愛知工業大学 中川覃夫 NAKAGAWA Toshio

1 はじめに

製品には、製造段階の各工程で作り込まれた初期故障が潜在している。それを除去するため、メーカはバーンイン試験を実施することが必要であり、この試験の重要性は、製品の種類を問わず、広く認識されている。

しかしながら、この試験を過度に実施すれば生産日程の遅れを招くおそれがある。従って、メーカは、バーンイン費用とその効果の両方を考慮した、最適なバーンイン計画を設計しなければならない。

本論文では、故障時間分布関数として複合ワイブル分布と混合分布を仮定し、納入前後の故障修理費用・設備費用・作業工数・納入機器数・試験時の加速係数及び製品の無償保証期間など、現実に即した様々な要因を考慮した期待費用を評価関数として、それを最小にする最適バーンイン方策について議論する。

2 モデルの解析

一般に、ある製品に t 時間バーンインを実施したときの費用対効果を評価するため、次式で定義される C_E が知られている [1]。

$$
\begin{aligned}
C_E &\equiv C_1 - C_2 \\
&= c_1 + c_2 n_1 + c_3 t + c_4 (n_2 - n_3).
\end{aligned} \tag{1}
$$

ここで、

- C_1 バーンインを実施した場合の総費用,
- C_2 バーンインを実施しない場合の総費用,
- c_1 試験装置費用等時間に依存しない費用,
- c_2 バーンイン中の故障を修理する費用,
- c_3 バーンイン作業工数等時間に依存する費用,
- c_4 客先納入後の故障を修理する費用 $(c_4 > c_2)$,
- n_1 バーンイン中に発生する故障数,
- n_2 バーンインを実施した場合の客先納入後の故障数,
- n_3 バーンインを実施しない場合の客先納入後の故障数,
- t バーンイン実施時間,

である。

バーンインによる費用対効果を評価するため、以下に示すような単位時間と単位部品当たりの期待費用

$$
\begin{aligned}
B(t) &\equiv \frac{C_1}{N(t+t_1)} - \frac{C_2}{Nt_1} \\
&= \frac{c_1 + c_2 n_1 + c_3 t + c_4 n_2}{N(t+t_1)} \\
&\quad - \frac{c_4 n_3}{Nt_1},
\end{aligned} \tag{2}
$$

を導入する。ここで、Nは製品総数、t_1は客先納入後の無償保証期間である。

2.1 複合ワイブル分布の場合

故障時間分布関数 $F(t)$ が複合ワイブル分布の場合、時間 t_x で $F_1(t)$ から $F_2(t)$ に切り替わるものとする。時間 t_x は初期故障が除去されるまでの時間であり、故障率は t_x までは時間とともに減少するが、t_x 以降は一定になる。

n_1、n_2及び n_3は以下のように示される。

$$
\begin{aligned}
n_1 &= NF_1(At), \\
n_2 &= N[F_1(t_x) - F_1(At) \\
&\quad + F_2(At + t_1) - F_2(t_x)], \\
n_3 &= N[F_1(t_x) + F_2(t_1) - F_2(t_x)].
\end{aligned} \tag{3}
$$

ここで A は加速係数である。

(3) 式を (2) 式に代入することによって、

$$
\begin{aligned}
B(t) = &\frac{\frac{1}{N}(c_1 + c_3 t) + (c_2 - c_4)F_1(At)}{t + t_1} \\
&+ \frac{c_4\,[F_1(t_x) + F_2(At + t_1) - F_2(t_x)]}{t + t_1} \\
&- \frac{c_4\,[F_1(t_x) + F_2(t_1) - F_2(t_x)]}{t_1}.
\end{aligned} \tag{4}
$$

を得る。

ここで、$F_1(t)$ は初期故障分布であり、$F_2(t)$ は偶発故障分布であるから、各々ワイブル分布と指数分布を仮定して、

$$
\begin{aligned}
F_1(t) &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^m\right], \\
F_2(t) &= 1 - e^{-\lambda t},
\end{aligned} \tag{5}
$$

とおく。このとき、$F_1(t)$ と $F_2(t)$ の故障率が時間 t_xで等しくなることから、

$$
t_x = \left(\frac{\lambda t_0^m}{m}\right)^{\frac{1}{m-1}}, \tag{6}
$$

である。

(4) 式に (5) 式を代入すると、

$$
\begin{aligned}
B(t) = &\frac{\frac{1}{N}(c_1 + c_3 t) + c_2}{t + t_1} \\
&+ \frac{c_4\left\{e^{-\lambda t_x} - \exp\left[-\left(\frac{t_x}{t_0}\right)^m\right]\right\}}{t + t_1} \\
&- \frac{(c_2 - c_4)\exp\left[-\left(\frac{At}{t_0}\right)^m\right]}{t + t_1} \\
&- \frac{c_4 e^{-\lambda(At + t_1)}}{t + t_1} \\
&- \frac{c_4\left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{t_x}{t_0}\right)^m\right]\right\}}{t_1} \\
&- \frac{c_4\left(e^{-\lambda t_x} - e^{-\lambda t_1}\right)}{t_1}.
\end{aligned} \tag{7}
$$

となる。期待費用 $B(t)$ を最小にする t^* を求めるため、微分して 0 とおくと、

$$
\begin{aligned}
&c_4[\lambda A(t+t_1)+1]e^{-\lambda(At+t_1)} \\
&-c_4\left[e^{-\lambda t_x}-\exp\left(-\frac{\lambda t_x}{m}\right)\right] \\
&-(c_4-c_2)\exp\left[-\left(\frac{At}{t_0}\right)^m\right] \\
&\times\left[\left(\frac{At}{t_0}\right)^m\frac{m(t+t_1)}{t}+1\right] \\
&+\frac{1}{N}(c_3t_1-c_1)-c_2=0. \qquad (8)
\end{aligned}
$$

(8) 式の左辺を $P(t)$ とおくと、$0<m<1$ のとき、$c_4>c_2$であるから、

$$
P(0)=-\infty. \qquad (9)
$$

さらに、t_xは初期故障時間で、t_1は納入後の保証期間であるから、$t_1\geq t_x$と仮定すると、

$$
At+t_1\geq t_x\geq At, \qquad (10)
$$

であるから、

$$
\frac{t_x}{A}\geq t\geq 0. \qquad (11)
$$

従って、

$$
\begin{aligned}
P\left(\frac{t_x}{A}\right) \;=\; &\frac{1}{N}(c_3t_1-c_1)-c_2(1-e^{-\frac{\lambda}{m}t_x}) \\
&-c_4e^{-\lambda t_x} \\
&\times\left\{1-[1+\lambda(t_x+At_1)]e^{-\lambda t_1}\right\} \\
&-(c_4-c_2)\lambda(t_x+At_1)e^{-\frac{\lambda}{m}t_x} \\
&>0. \qquad (12)
\end{aligned}
$$

ならば、[2] より (7) 式を最小にする有限な t^* $(t_x/A>t^*>0)$ が存在する。このとき、$B(t^*)<0$ ならば、t^*でバーンインを実施すればよい。逆に、$P(t_x/A)<0$ ならば、$B(t)$ は減少関数であるから、$B(t_x/A)<0$ のとき、$t^*=t_x/A$ でバーンインすればよい。

2.2 混合分布の場合

製品の故障時間分布関数を $F(t)$ とするとき、明らかに、

$$
\begin{aligned}
n_1 &= NF(At), \\
n_2 &= N[F(At+t_1)-F(At)], \qquad (13) \\
n_3 &= NF(t_1),
\end{aligned}
$$

で与えられる。

(2) 式に (13) 式を代入することによって、

$$
\begin{aligned}
B(t) \;=\; &\frac{\frac{1}{N}(c_1+c_3t)+c_2F(At)}{t+t_1} \\
&+\frac{c_4[F(At+t_1)-F(At)]}{t+t_1} \\
&-\frac{c_4F(t_1)}{t_1}, \qquad (14)
\end{aligned}
$$

となる。

$F(t)$ が次式のような、混合分布で示されるものとする。

$$
F(t)=a_1F_1(t)+a_2F_2(t). \qquad (15)
$$

ここで、$a_1+a_2=1$ 及び $F_i(t)=1-\exp[-(t/t_{0i})^{m_i}]$ とする。

(15) 式を (14) 式に代入すると、

$$
\begin{aligned}
B(t)= &\frac{\frac{1}{N}(c_1+c_3t)+c_2}{t+t_1} \\
&+\frac{(c_4-c_2)\sum_{i=1}^2 a_i\exp\left[-\left(\frac{At}{t_{0i}}\right)^{m_i}\right]}{t+t_1} \\
&-\frac{c_4\sum_{i=1}^2 a_i\exp\left[-\left(\frac{At+t_1}{t_{0i}}\right)^{m_i}\right]}{t+t_1} \\
&-\frac{c_4\left\{1-\sum_{i=1}^2 a_i\exp\left[-\left(\frac{t_1}{t_{0i}}\right)^{m_i}\right]\right\}}{t_1}, \qquad (16)
\end{aligned}
$$

を得る。期待費用 $B(t)$ を最小にする t^*を求めるため、微分して 0 とおくと、

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{N}(c_3t_1-c_1)-c_2 \\
&+(c_2-c_4)\sum_{i=1}^2 a_i\left[(t+t_1)\frac{Am_i}{t_{0i}}\left(\frac{At}{t_{0i}}\right)^{m_i-1}+1\right] \\
&\qquad\times\exp\left[-\left(\frac{At}{t_{0i}}\right)^{m_i}\right] \\
&+c_4\sum_{i=1}^2 a_i\left[(t+t_1)\frac{Am_i}{t_{0i}}\left(\frac{At+t_1}{t_{0i}}\right)^{m_i-1}+1\right] \\
&\qquad\times\exp\left[-\left(\frac{At+t_1}{t_{0i}}\right)^{m_i}\right]=0, \qquad (17)
\end{aligned}
$$

を得る。(17) 式の左辺を $Q(t)$ とおくと、

$$
\begin{aligned}
Q(0) &= -\infty \qquad (18) \\
Q(\infty) &= \frac{1}{N}(c_3t_1-c_1)-c_2. \qquad (19)
\end{aligned}
$$

従って、$Q(0)<0$、$Q(\infty)>0$ すなわち、

$$
c_2<\frac{1}{N}(c_3t_1-c_1)<c_4\left[F(t_1)-At_1\frac{dF(t_1)}{dt}\right], \qquad (20)
$$

ならば、[2] より (16) 式の $B(t)$ を最小にする有限な t^* が存在する。このとき、$B(t^*)<0$ ならば、バーンインを実施すればよい。

参考文献

[1] Jensen, F. and Petersen, N. E. (1982) : *Burn-In*, John Wiley & Sons.

[2] 伊藤、中川 (1994) : "試験時に発生する費用を考慮した最適バーンイン時間", 日本信頼性学会 (審査中).