1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

データ通信システムにおける Hybrid ARQ 方策の考察

01701193　愛知工業大学　＊安井一民　YASUI Kazumi
01400043　愛知工業大学　中川覃夫　NAKAGAWA Toshio

1. はじめに

データ通信システムにおける主な誤り訂正方式を分類すると，(1) FEC (forward error correction) 方式，(2) ARQ (automatic-repeat-request) 方式，(3) Hybrid ARQ 方式の３つに大別される．

FEC 方式は，送信データを誤り検出符号・誤り訂正符号で符号化して送信する方式であり，再送を行わないため，スループットをある一定のレベルに維持できる反面，予想外のデータ誤りパターンに対しては誤り訂正ができず，いわば誤り見逃しが発生するという欠点をもつ．このため，特別な場合を除いて，このような方式が単独で適用されることは殆どないと考えられる．

ARQ 方式は，データに誤りが検出されたとき，受信側が再送要求を行う方式であり，誤り訂正のための符号化・復号化が省略できるため，誤り制御が簡単であり，予想外のデータ誤りにも対応が可能である反面，多数回の再送の繰り返しは，スループットを著しく低下させるという欠点をもつ．

Hybrid ARQ 方式は，前二者を組み合わせた方式であり，予測し得るデータ誤りパターンを前提に符号化することによって，悪化した環境のもとでの再送の繰り返しを極力減少させ，安定したスループットを実現しようというねらいがある．

ところで，通常の Hybrid ARQ 方式は，いわば最初の FEC 機能による伝送が失敗した場合には，その機能を保持したまま ARQ 機能に移行する方式であり，データの誤り訂正が不要な場合にも，送信データに対して誤り訂正のための符号化・復号化を必要とし，かつ，その符号化による送信ビット増などによって，スループットの低下をもたらす．この通常方式は Type-I と呼ばれている．最近では，スループット向上の観点から，誤り訂正が必要なときのみ訂正のための符号化データを送信しようという工夫や研究が数多く提案されている．このような方式は Type-II と呼ばれている．

ここでは，Hybrid ARQ 方式に関して，簡略化したいくつかのモデル化を試み，スループットの向上方策についての考察と評価を行う．

2. モデルと解析

送信側から，ある一定量の情報を単位として，受信側へ送信を行う．このとき，この単位データが，誤り検出符号で符号化されたデータを“データブロック”と呼び，誤り検出符号および誤り訂正符号で符号化されたデータを“符号ブロック”と呼ぶ．また，データブロック，符号ブロックの送信において，各ブロックが誤る確率はそれぞれ q_0，q_1 $(\geq q_0)$ であるとし，各ブロックの１回の送信に要する平均時間をそれぞれ a，$a+b$ とおく．ここで，b は誤り訂正符号化に伴う増分を表す．なお，各ブロックに誤りが発生した場合は必ず検出されるものと仮定し，符号ブロックに誤りが検出された場合は，確率 α で誤り訂正ができるものとする．

上述のような仮定のもとで，以下のモデルでは，あるブロックの送信（再送を含む）が連続 K 回失敗した場合は，送信を中止して伝送回線の状態等をチェックし，適切な措置の後に送信をやり直すものとする．なお，これに要する時間を平均 v とおく．

2.1 ARQ 方式のモデル

送信側からデータブロックを送信し，誤りが検出された場合は，受信側の要求によりデータブロックの再送を繰り返す．

このとき，データブロックの送信が成功するまでの平均時間 $\ell(K)$ は，簡単に，

$$\ell(K) = \frac{a}{1-q_0} + \frac{vq_0^K}{1-q_0^K}. \tag{1}$$

2.2 Type-I Hybrid ARQ 方式のモデル

送信側から符号ブロックを送信し，誤りが検出された場合は誤り訂正を行う．もし誤り訂正が失敗した場合は，受信側の要求により符号ブロックの再送を繰り返す．

このとき，符号ブロックの送信が成功するまでの平均時間 $\ell_I(K)$ は，次式で与えられる．

$$\ell_I(K) = \frac{a+b}{1-q_1(1-\alpha)} + \frac{v[q_1(1-\alpha)]^K}{1-[q_1(1-\alpha)]^K}. \tag{2}$$

2.3 Type-II Hybrid ARQ 方式のモデル

送信側から，最初にデータブロックを送信する．もし誤りが検出された場合は，受信側の要求により符号ブロックを再送する．符号ブロックに誤りが検出された場合は誤り訂正を行い，もし誤り訂正が失敗した場合は，受信側の要求により符号ブロックの再送を繰り返す．

このとき，データブロックまたは符号ブロックの送信が成功するまでの平均時間を$\ell_{II}(K)$ とおくと，

$$\begin{aligned}\ell_{II}(K) &= \frac{a+b}{1-q_1(1-\alpha)} \\ &\quad \times \left\{1-\frac{1-q_0}{1-q_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}}\right\} \\ &\quad + \frac{a+vq_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}}{1-q_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}}, \end{aligned} \tag{3}$$

を得る．

3. 平均時間の比較と評価

ここでは，データブロックの誤り確率 q_0 に着目し，各モデル間における平均時間を比較をすることによって，その優位性を議論する．

最初に，(1) 式と (2) 式を用いて ARQ 方式と Type-I Hybrid ARQ 方式を比較しよう．$\ell_I(K)-\ell(K)<0$ と仮定すると，

$$\begin{aligned}&\frac{a[q_1(1-\alpha)-q_0]+b(1-q_0)}{(1-q_0)[1-q_1(1-\alpha)]} \\ &\quad + \frac{v\left\{[q_1(1-\alpha)]^K-q_0^K\right\}}{(1-q_0^K)\left\{1-[q_1(1-\alpha)]^K\right\}}<0,\end{aligned} \tag{4}$$

となる．(4) 式の左辺を q_0 の関数と考え $H_1(q_0)$ とおくと，

$$H_1(0)=\frac{aq_1(1-\alpha)+b}{1-q_1(1-\alpha)}+\frac{v[q_1(1-\alpha)]^K}{1-[q_1(1-\alpha)]^K}>0, \tag{5}$$

$$H_1'(q_0)=\frac{-a}{(1-q_0)^2}+\frac{-Kvq_0^{K-1}}{(1-q_0^K)^2}<0, \tag{6}$$

より，$H_1(q_0)$ は $H_1(0)$ からの q_0 の減少関数となる．よって，$H_1(q_0)=0$ の解を $\tilde{q_0}$ とおくと，次のような結論を得る．

(i) $0\le q_0<\tilde{q_0}$ ならば，$\ell_I(K)>\ell(K)$ となり，ARQ 方式の方がよい．

(ii) $\tilde{q_0}<q_0<1$ ならば，$\ell_I(K)<\ell(K)$ となり，Type-I Hybrid ARQ 方式の方がよい．

次に，(2) 式と (3) 式を比較してみよう．$\ell_I(K)-\ell_{II}(K)<0$ と仮定すると，

$$\begin{aligned}&\frac{(a+b)(1-q_0)}{[1-q_1(1-\alpha)]\left\{1-q_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}\right\}} \\ &\quad - \frac{\begin{bmatrix} a\left\{1-[q_1(1-\alpha)]^K\right\} \\ -v[q_1(1-\alpha)-q_0][q_1(1-\alpha)]^{K-1}\end{bmatrix}}{\left\{1-[q_1(1-\alpha)]^K\right\}\left\{1-q_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}\right\}}, \\ &\quad <0,\end{aligned} \tag{7}$$

となる．(7) 式の左辺を $H_2(q_0)$ とおくと，

$$\begin{aligned}H_2(0) &= \frac{aq_1(1-\alpha)+b}{1-q_1(1-\alpha)} \\ &\quad + \frac{v[q_1(1-\alpha)]^K}{1-[q_1(1-\alpha)]^K}>0,\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}H_2'(q_0) &= \frac{-(a+v)[q_1(1-\alpha)]^{K-1}}{\left\{1-q_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}\right\}^2} \\ &\quad + \frac{-(a+b)\left\{1-[q_1(1-\alpha)]^{K-1}\right\}}{\begin{bmatrix}[1-q_1(1-\alpha)] \\ \times\left\{1-q_0[q_1(1-\alpha)]^{K-1}\right\}^2\end{bmatrix}} \\ &< 0,\end{aligned} \tag{9}$$

となり，$H_2(q_0)$ は $H_2(0)$ からの q_0 の減少関数となる．よって，$H_2(q_0)=0$ を満たす解を $\bar{q_0}$ とおくと，次のような結論を得る．

(iii) $0\le q_0<\bar{q_0}$ ならば，$\ell_I(K)>\ell_{II}(K)$ となり，Type-II Hybrid ARQ 方式の方がよい．

(iv) $\bar{q_0}<q_0<1$ ならば，$\ell_I(K)<\ell_{II}(K)$ となり，Type-I Hybrid ARQ 方式の方がよい．

4. 数値例と考察

$q_1=1.2q_0$ のときの数値例を表 1 に示す．

表 1　各モデル間の平均時間の比較

$\alpha=0.9,\ b/a=0.2,\ v/a=60$

K	q_0	$\ell(K)$	$\ell_I(K)$	$\ell_{II}(K)$
2	0.1	1.717	1.223	1.193
	0.2	3.750	1.264	1.535
	0.3	7.363	1.323	2.030
∞	0.1	1.111	1.215	1.121
	0.2	1.250	1.230	1.246
	0.3	1.429	1.245	1.373