エキスパートの基本確率割当に基づく状態確率評価

01401593　富山県立大学　中島 恭一　NAKASHIMA Kyoichi
富山県立大学　松永 均　MATZNAGA Hitoshi

1　はじめに

信頼性や安全性の分野においては、エキスパートの意見や判断をもとに意志決定を行なう必要のある場合も多い。その際、複数のエキスパートの意見をどのような形で表現し、どのような方法で統合し、意思決定者としての判断を行なうかが問題となる。

本発表では、エキスパートにはDempster-Shafer確率理論[1]と同様に基本確率割当を答えることを許し、Bayesの定理を使って意見の統合を行なう方法を提案し、２状態判定問題を例にその有効性を示す。

2　２状態判定問題におけるエキスパートの基本確率割当

システムが２つの状態 S_0,S_1 のいずれにあるかを判断する場合を考える。例えば、S_0 を安全状態、S_1 を危険状態とする。その際、意思決定者は、m人のエキスパートに判断を委ねるわけであるが、あらかじめいくつかの状態を設定しておき、それに対してエキスパートの意見を基本確率割当という形で答えてもらう。ここでは、状態を次のように定義する。

X_0 :システムが安全状態 S_0 にある

X_1 :システムが危険状態 S_1 にある

X_2 :S_0,S_1 のどちらか判断できない状態にある

エキスパートkの意見 E_k は、上記の状態への基本確率割当により与えられる。従って、E_k は次の３つの基本確率により構成される。

$P(E_k^{X_0})$:「状態 S_0 にある確率に対するエキスパートkの判断」

$P(E_k^{X_1})$:「状態 S_1 にある確率に対するエキスパートkの判断」

$P(E_k^{X_2})$:「状態 S_0、S_1 のいずれにあるか判断できない確率に対するエキスパートkの判断」

3　ベイズ理論による状態確率評価法

ベイズの定理より、m人のエキスパートの意見 $E_1,E_2,\ldots,E_m$ が基本確率割当で与えられたとき、意思決定者が状態 X_i にあると判断する確率は、次のようになる。

$$\begin{aligned} & P(X_i \mid E_1,E_2,\ldots,E_m) \\ = & \frac{P(X_i)P(E_1,E_2,\ldots,E_m \mid X_i)}{\sum_{n=0}^{a} P(X_n)P(E_1,E_2,\ldots,E_m \mid X_n)} \qquad (1) \\ & i=0,1(a=1\text{ の場合}) \\ & i=0,1,2(a=2\text{ の場合}) \end{aligned}$$

（１）意思決定者が X_0 と X_1 の確率のみを評価したい場合は $a=1$ とし、（２）意思決定者が X_0 と X_1 の確率に加えて、情報不足に伴い X_2 の確率も評価したい場合は $a=2$ とすればよい。

エキスパートが互いに独立であるとき、結合尤度関数 $P(E_1,E_2,\ldots,E_m \mid X_i)$ は次のように与えられる。

$$P(E_1,E_2,\ldots,E_m \mid X_i)=\prod_{k=1}^{m} P(E_k \mid X_i) \qquad (2)$$

$P(X_i)$: 意思決定者の状態 X_i に対する先験確率
特に先験情報がないとき、$a=1$ の場合は１／２、$a=2$ の場合は１／３とする

$P(E_k|X_i)$:状態 X_i にあるときに、エキスパートが意見 E_k を答える確率に対する意思決定者の評価

さらに、ここでは $P(E_k|X_i)$ を次式で与える。

$$P(E_k \mid X_i) = \sum_{j=0}^{2} P(E_k^{X_j})P(E_k^{X_j}|X_i)\times 6 \qquad (3)$$
$$k=1,2,\ldots m$$

$P(E_k^{X_j}|X_i)$: 各エキスパートに対する尤度関数
「実際の状態が X_i であるときにエキスパートkが状態 X_j にあると判断する確率」に対する意思決定者の評価

この方法では、意思決定者はあらかじめ各エキスパートの実積データなどを参考にそのエキスパートの

癖や傾向を表す $P(E_k^{X_j}|X_i)$ の評価値を尤度関数として与えることになる。

$a=2$ の場合、Dempster-Schafer 確率理論を用いて安全状態 (X_0)、危険状態 (X_1) に対するビリーフ関数 Bel、プロジビリティ関数 Plが求まりそれぞれの状態確率の区間値評価 $[Bel, Pl]$ が得られる。

4 数値例による考察

今、2人のエキスパート1, 2の意見が互いに独立で、それぞれの判断が両極に別れた場合を考える。

例として、このときのエキスパートの基本確率割当が表1のように得られたとする。

表 1: エキスパート1、2の基本確率割当

	X_0	X_1	X_2
エキスパート1	0.9	0	0.1
エキスパート2	0	0.9	0.1

$a=1$ の場合、エキスパート1、2の尤度関数が表2のように得られたする。αの値が変化した場合、安全状態にある確率と危険状態にある確率の評価値の変動を図1に示す。

表 2: エキスパート1、2の尤度関数 ($a=1$ の場合)

	X_0	X_1	X_2
X_0	1.0	0	0
X_1	α	$0.7-\alpha$	0.3

	X_0	X_1	X_2
X_0	0.5	0.2	0.3
X_1	0	1.0	0

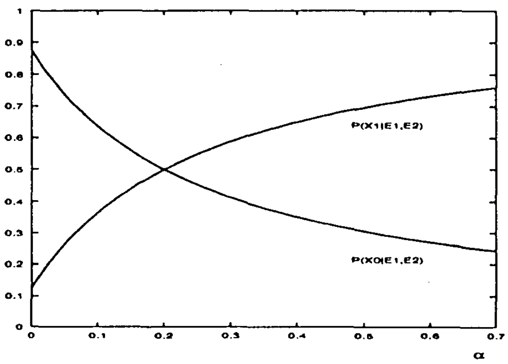

図1 状態確率の評価値推移

$a=2$ の場合、エキスパート1、2の尤度関数が表3のように得られたする。αの値が変化した場合、安全状態にある確率の本手法によるビリーフ関数 (Prb) とプロジビリティ関数 (Prp)、Dempster の結合則によるビリーフ関数 (Prdb) とプロジビリティ関数 (Prdp) の変化を図2に示す。

表 3: エキスパート1、2の尤度関数 ($a=2$ の場合)

	X_0	X_1	X_2
X_0	1.0	0	0
X_1	α	$0.7-\alpha$	0.3
X_2	0.4	0.1	0.5

	X_0	X_1	X_2
X_0	0.5	0.2	0.3
X_1	0	1.0	0
X_2	0.1	0.4	0.5

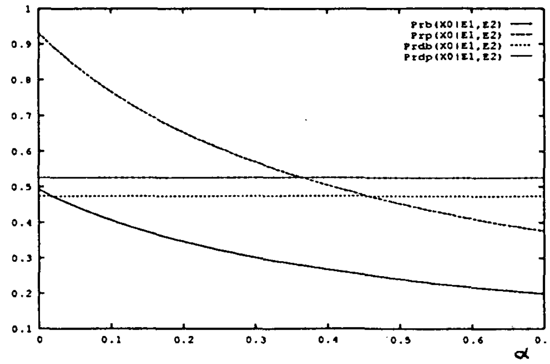

図2 安全状態にある確率の評価値推移

図1では、αが大きくなると、エキスパート1は危険状態を安全状態と間違って答える傾向が強くなり、確率 0.9 で安全状態にあると答えているにもかかわらず実際には危険状態にある可能性も高い。結果として、両者の意見が分れていてもエキスパート2の意見が尊重される傾向が強くなる。$\alpha=0.2$ のとき、両者の尤度関数と基本確率割当が X_0 と X_1 で逆になっているので各状態の評価値は 0.5 となり、さらにαが小さいとエキスパート1の方が正しい判断を下すようになり、エキスパート1の意見が尊重される傾向が強くなる。

$a=2$ の場合、本手法による評価は基本確率割当の結合法の一種と見ることが出来る。図2では、αが小さいと、エキスパート1がほぼ X_0にあると判断しても、意思決定者は X_2にある確率もかなりあると判断するため、αが大きい場合より区間値評価の幅が広くなる。Dempster の結合則による評価では、両者の相反する判断にもかかわらず、図2のように区間値幅が狭く高い合意が見られ、しばしば問題とされている[2]。本手法ではエキスパートの意見の傾向や癖を考慮する。それだけ柔軟性のある評価となる。

参考文献

[1] G. Shafer., A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press, Princeton(1976).

[2] J. S. Wu, G. E. Apostolakis, D. Okrent., "Uncertainties in system analysis: probablilistic versus nonprobabilistic theories",Reliability Eng. and System Safety, Vol.30, pp. 163-181 (1990)