1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

Kullback-Leiblerの情報量に基づく ソフトウェアの信頼性実証試験に関する連続型モデル

01204874　流通科学大学情報学部　＊　澤田　清　SAWADA Kiyoshi
01204194　三道　弘明　SANDOH Hiroaki

1. はじめに

信頼性実証試験[1]（Reliability Demonstration Testing）は，元来ハードウェアの品質保証の一貫として考案されたものであり，その目的は次のとおりである．すなわち，製品の開発段階終了後，それを受注先に納入あるいは市場に開放する前に，目標とする信頼性が十分に実現されているかどうかを実証・確認することである．従って，試験に合格したものは，そのまま納入もしくは市場開放する．しかし，試験に合格しなかった製品については，それを破棄したり，あるいは設計にフィードバックすることにより，更に品質向上を目指すこととなる．

一方，ソフトウェアの品質保証が問題となっている今日，ソフトウェア製品に対しても上述のような信頼性実証試験を実施することは，信頼性という意味での品質向上に貢献すると考えられる．このような観点から，筆者らは，これまで生産システムの制御ソフトウェアや計算機のＯＳのように，時間に関して連続的に用いられるソフトウェアに対して，信頼性実証試験の適用を試みた[2],[3]．本研究においても，このようなソフトウェアを対象とし，Kullback-Leiblerの情報量[4],[5]を用いた場合のモデルを提案する．

2. Kullback-Leibler の情報量と分離情報量

２つの確率分布 $F_1(x)$，$F_2(x)$ の密度関数をそれぞれ $f_1(x), f_2(x)$ とするとき

$$I(F_1|F_2) = \int_0^\infty f_1(x)\log\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx \tag{1}$$

をKullback-Leiblerの情報量という[4],[5]．ここで，$f_2(x) \propto \text{constant}$ とすると，$-I(F_1|F_2)$ はエントロピーを表す．

式(1)の $I(F_1|F_2)$ は，確率変数 X の値を観測することが，分布 $F_2(x)$ に比べ，$F_1(x)$ に対して提供する情報量を意味する．

ここで

$$\begin{aligned} J(F_1,F_2) &\equiv I(F_1|F_2)+I(F_2|F_1) \\ &= \int_0^\infty [f_1(x)-f_2(x)]\log\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx \end{aligned} \tag{2}$$

なる量を考えると，$J(F_1,F_2)=J(F_2,F_1)$ が成り立ち，これを分離情報量と呼ぶ[5]．式(2)の分離情報量は，分布 $F_1(x)$，$F_2(x)$ に対する重みを対等とみなした場合の情報量であると考えることができる．

また，離散型分布に対するKullback-Leiblerの情報量および分離情報量は，それぞれ次のように表される．

$$I(F_1|F_2) = \sum_{i=1}^\infty p_{1i}\log\frac{p_{1i}}{p_{2i}} \tag{3}$$

$$J(F_1,F_2) = \sum_{i=1}^\infty [p_{1i}-p_{2i}]\log\frac{p_{1i}}{p_{2i}} \tag{4}$$

ただし，p_{1i}，p_{2i}は，$X=x_i (i=1,2,\cdots,\infty)$ となる確率を表す．

3. 信頼性実証試験への応用

本研究では，前述したような時間に関して連続的に利用されるソフトウェアに対して，次のような信頼性実証試験を考える．すなわち，対象ソフトウェアを現実の使用環境のもとで予め定められ

た t 時間だけ試験し，試験期間中に生起したソフトウェア障害回数が s 以下ならばそのソフトウェアを合格，$s+1$ 以上ならば不合格とする．このとき，$t(t>0)$，$s(s=0,1,2,\cdots)$ の値をいかに設定するかが問題であるが，この問題に対して前章で述べた Kullback-Leibler の情報量を適用する．

ここで，ソフトウェアの生産者（開発者）がその開発を受注したときのソフトウェアの平均ソフトウェア障害時間間隔 MTBSF（Mean Time Between Software Failures）に対する契約の値，および消費者（ユーザ）が受け入れ可能な MTBSF の下限値をそれぞれθ_0，θ_1と書くこととする（$\theta_0 \geq \theta_1$）．さらに，t 時間の試験中のソフトウェア障害回数が $s+1$ 以上あるという事象を E，Eの排反事象を$\overline{E}$と書くこととする．

ここでは，次のように仮定する．

(1) ソフトウェア障害時間間隔は平均θの指数分布に従う．

(2) 試験中に発生したソフトウェア障害に対するバグの検出・修正は，試験終了後にまとめて実施する．

(3) θ_0，θ_1は実証試験開始時点での平均ソフトウェア障害時間間隔に対する値を表す．

このとき，次の２つの（離散型）確率分布

$$
\begin{aligned}
Pr(E|\theta_0) &= 1-\sum_{i=0}^{s}\frac{(t/\theta_0)^i}{i!}\exp(-t/\theta_0) \\
Pr(\overline{E}|\theta_0) &= \sum_{i=0}^{s}\frac{(t/\theta_0)^i}{i!}\exp(-t/\theta_0) \qquad (5)
\end{aligned}
$$

および

$$
\begin{aligned}
Pr(E|\theta_1) &= 1-\sum_{i=0}^{s}\frac{(t/\theta_1)^i}{i!}\exp(-t/\theta_1) \\
Pr(\overline{E}|\theta_1) &= \sum_{i=0}^{s}\frac{(t/\theta_1)^i}{i!}\exp(-t/\theta_1) \qquad (6)
\end{aligned}
$$

を考え，これらの分布間の距離が最も大きくなる（２つの確率分布が最も弁別される）ような t,s を選べばよい．

上述した２つの分布の分離情報量は

$$
\begin{aligned}
J(F_1,F_2) & \\
&= [A(t,s)-B(t,s)] \\
&\qquad \log\frac{A(t,s)[1-B(t,s)]}{B(t,s)[1-A(t,s)]} \qquad (7)
\end{aligned}
$$

であるから，これを最大にするような t,s を求めればよい．ただし

$$
A(t,s) = \sum_{i=0}^{s}\frac{(t/\theta_0)^i}{i!}\exp(-t/\theta_0) \qquad (8)
$$

$$
B(t,s) = \sum_{i=0}^{s}\frac{(t/\theta_1)^i}{i!}\exp(-t/\theta_1) \qquad (9)
$$

である．

ここでは，ページ数の関係上数値例は割愛することとし，当日報告させて頂く．

文献

(1) Mann N.R., Schafer R.E. and Singpurwalla N.D. : “Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data”, Wiley, New York, pp.404-410 (1974).

(2) 三道弘明, 澤田　清 : “ソフトウェアに対するゼロ障害型信頼性実証試験に関する研究”, 電子情報通信学会論文誌 (A), **J73-A**, 3, pp.564-569 (1990).

(3) Sandoh H. : “Reliability Demonstration Testing for Software”, IEEE Trans. Reliability, **R-40**, 1, pp.117-119 (1991).

(4) Kullback S. and Leibler R. A. : “On Information and Sufficiency”, Ann. Math. Statist., **22**, pp.79-86 (1951).

(5) 宮沢光一: “情報・決定理論序説”, 岩波書店 (1976).