配送路問題における費用分担について

01604880　＊毛利裕昭　東京工業大学　（株）三菱総合研究所
01900730　渡辺隆裕　東京工業大学
01601360　森 雅夫　東京工業大学
01108010　久保幹雄　東京商船大学

1　はじめに

「ある共同物流センターをもつ組合があり共同物流センターから日々の配送が組合員に行なわれるという状況において、各組合員は物流の配送費用に関してどのように負担を行なうのが公正であるか？」ということに一つの視点を与えるのが本稿の目的である。この問題を考えるにあたって準備として以下の配送路問題を定義する。

配送路問題 (Vehicle Routing Problem -VRP-) は、「デポ (共同物流センターのような配送拠点) から配送先の顧客（組合員）に商品等を配送する最小コストのルートを求める」(ここでルートとはデポを出発しデポに配送車両がもどるまでの経路である) という問題である。この問題は古くから研究がさかんに行なわれており、以下のようなものが標準的 VRP の基本的な条件として挙げられる。(Assad[Assad88])

- 1つのルートでの積載量が車両の容量を超えない
- 車両数 (ルートの数) が上限を超えない
- 配送先の顧客は1台の車両で1度だけ配送が行なわれる
- 配送コストは配送時間 (距離)、車両台数などの関数である

1つのノードでの需要が車両の容量を越えてしまう場合は、そのノードに対して容量が一杯となる別便のトラックを走行させ、その残需要に対して上記の条件を考える。

さて、こうした配送路問題に関する費用分担問題に関係するものとして巡回セールスマン問題ゲーム（以下 TSP ゲームと略す）という問題がある。これは、Fishburn and Pollark [FP83] が示した次のような問題に端を発するものである。

「ある講演者がいて様々な場所に存在する依頼者から講演を依頼された。講演者は自分の家から出発して依頼者を順にまわって途中で家にはもどらず、最後の講演場所で講演後家に帰るものとする。この時、各依頼者間で講演者の旅費をどのように負担するのが公正であるか？」

配送路問題の費用分担とこの問題の大きく異なる点は、以下通りである。

- 各顧客に需要量がある
- トラックの容量制約がある
- トラックには走行費用のみならず一台ごとに賃貸費用がかかる

ここでは走行費用（距離）トラックの賃貸費用を含んで最適な VRP の解が求まっているものとしてその費用をいかに配分するかを考える。この問題に対して本稿では、Fishburn and Pollark [FP83] の TSP に対する配分方法の VRP への拡張を試みる。

2　記号と基本的な公理系

問題を記述するにあたって記号をいくつか述べる。上記にも述べたように最適解のルート R はもとまっているものとする。

（記号）
n：顧客（組合員）の数
N：顧客の集合 $\{1,\ldots,n\}$
N_0：$N \cup \{0\}$
R: 最適解のルートを示す
$\sigma(i)$: ルート上の i のつぎの訪問地
c_i：デポ0から i への直接距離
x_i：i から $\sigma(i)$ への直接距離
d_i：i での需要量を示す
q：車両の容量
$f_i(R,d)$：顧客 i が負担すべきコスト
$f_i^v(R,d)$：顧客 i が負担すべき走行費用コスト
$f_i^r(d)$：顧客 i が負担すべきトラックの賃貸費用コスト
VC：最適費用の走行費用分
RC：最適費用の賃貸費用分

まず、以下のような3つの基本的な公理系が考えられる。

A.1 全体合理性
$\sum_{i\in N} f_i(R,x) = VC + RC$
$(\sum_{i\in N} f_i^v = VC$、$\sum_{i\in N} f_i^r = RC)$

A.2 非負性
$f_i(R,d) \geq 0 \ for \forall i \in N$
$(f_i^v \geq 0 \ for \forall i \in N$ 、$f_i^r \geq 0 \ for \forall i \in N)$

A.3 個人合理性

$f_i(R,d) \leq 2\lceil d_i/q \rceil c_i + \lceil d_i/q \rceil v \ for \forall i \in N$

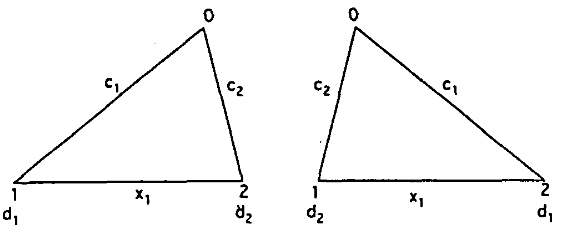
$(f_i^v(R,d) \leq 2\lceil d_i/q \rceil c_i \ for \forall i \in N$ 、

$f_i^r(d) \leq \lceil d_i/q \rceil v \ for \forall i \in N)$

3　2顧客の場合

まず、基本的な場合として顧客が2の場合を考える。

以下のような2つの状況を考えることによって



A.4 無名性、中立性

$f_1((c_1,x_1,c_2),(d_1,d_2)) = f_2((c_2,x_1,c_1),(d_2,d_1))$

$(f_1^v((c_1,x_1,c_2),(d_1,d_2)) = f_2^v((c_2,x_1,c_1),(d_2,d_1))$

、$f_1^r((d_1,d_2)) = f_2^r((d_2,d_1)))$

が考えられる。そして走行費用配分関数系をしぼりこむ以下のような公理 A.5-1 を考える。以下では簡単の為、f_1 を f などと記述する。

A.5-1 以下の様な条件が成立する g^v, k^v, h^v という実数値関数が存在する

$$f^v(R,d) = g^v(R,d)h^v((c_1,c_2),d) + k^v((c_1,c_2),d) \quad (1)$$

右辺は2つの顧客間の距離 x_1 を説明する項と x_1 に関係ない項に分けられている。

これらの公理から以下走行費用配分に関して以下のような定理が成立する。

定理 1 *A.1*、*A.3*、*A.4*、*A.5-1* の公理が成立すれば、以下の様な c に関する非負値関数 F^v が存在する。

$F^v((c_1,c_2),(d_1,d_2)) + F^v((c_2,c_1),(d_2,d_1)) = 1$ かつ

$f^v(R,d) = 2c_1\lceil d_1/q \rceil - (c_1+c_2-x_1)u(q - \{d_1(mod\,q) + d_2(mod\,q)\})F^v((c_1,c_2),(d_1,d_2))$

ただし u はユニット関数

また、一方賃貸費用について以下の様な公理 A.5-2 を考える。

A.5-2 以下の様な条件が成立する g^r, k^r, h^r という実数値関数が存在する

$g^r(d_1,d_2) = g^r(d_2,d_1)$ かつ

$$f^r(d_1,d_2) = g^r(d_1,d_2)h^r(d_1,d_2) + k^r(d_1) \quad (2)$$

賃貸費用配分に関して以下のような定理が走行費用と同様に成立する。

定理 2 *A.1*、*A.3*、*A.4*、*A.5-2* の公理が成立すれば、以下の様な d に関する非負値関数 F^r が存在する。

$F^r(d_1,d_2) + F^v(d_2,d_1) = 1$ かつ

$f^r(d_1,d_2) = vm_1 + v\lceil (r_1+r_2) \rceil F^r(d_1,d_2)$

ただし $d_1 = m_1q + r_1, d_2 = m_2q + r_2 \ 0 \leq r_i < q$

4　一般的な顧客数への拡張

ここでは、一般的な顧客数への拡張を考える。

A.5 − 1* 以下の様な条件が成立する g^v, k_i^v, h_i^v という実数値関数が存在する

$$f_i^v(R,d) = g^v(R,d)h_i^v(c,d) + k_i^v(c,d) \quad (3)$$

定理 3 *A.1*、*A.3*、*A.4*、*A.5 − 1** の公理が成立すれば、以下の様な c に関する非負値関数 F_i^v が存在する。

$\sum_{i \in N} F_i^v(c,d) = 1$ かつ

$f_i^v(R,d) = 2c_i\lceil d_i/q \rceil - (2\sum_{j \in N} c_j \lceil d_j/q \rceil - VC)F_i^v(c,d)$

A.5 − 2* 以下の様な条件が成立する g^r, k_i^r, h_i^r という実数値関数が存在する

$$f_i^r(d) = g^r(d)h_i^r(d) + k_i^r(d_i) \quad (4)$$

同様にして以下のように賃貸費用分に関する配分が一般化される。

定理 4 *A.1*、*A.3*、*A.4*、*A.5 − 2** の公理が成立すれば、以下の様な d に関する非負値関数 F_i^r が存在する。

$\sum_{i \in N} F_i^r(d) = 1$ かつ

$f_i^r(d) = v\lceil d_i/q \rceil - (\sum_{j \in N} v\lceil d_j/q \rceil - RC)F_i^r(d)$

参考文献

[Assad88] A.A.Assad: Modeling and Implementation Issues in Vehicle Routing, *Vehicle Routing Methods and Studies*, pp 7 – 45 (1988).

[FP83] P.C.Fishburn and H.O.Pollark: Fixed Route Cost Allocation, *American Mathematical Monthly* 90 pp 366 – 378 (1983).