1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

最終ダブルオファー仲裁（FDOA）の均衡戦略の解析について

京都大学　*中村　伸也　NAKAMURA Shinya
京都大学　曽　道智　ZENG Dao–Zhi
京都大学　茨木　俊秀　IBARAKI Toshihide

1　はじめに

2 者間の紛争の解決策としては、伝統的な仲裁（Conventional Arbitration, CA）や最終オファー仲裁（Final-Offer Arbitration, FOA）が広く用いられている。しかしこれらの方法については、両紛争者のオファーが離れる作用があることや、最終的な仲裁案が極端すぎることが指摘されている。今回は、それらの欠点を克服する新しい仲裁方法として、最終ダブルオファー仲裁 [3]（Final-Double-Offer Arbitration, FDOA）を考える。しかしいままでの FDOA のルールでは、prudent offer についての解析が行われたものの、Nash 均衡戦略の存在を示すことはできなかった。そこで、ここでは Loss-Function を導入した FDOA の新しいルールを提案し、純戦略における Nash 均衡戦略の存在を示し解析する。

2　FDOA のゲームモデル

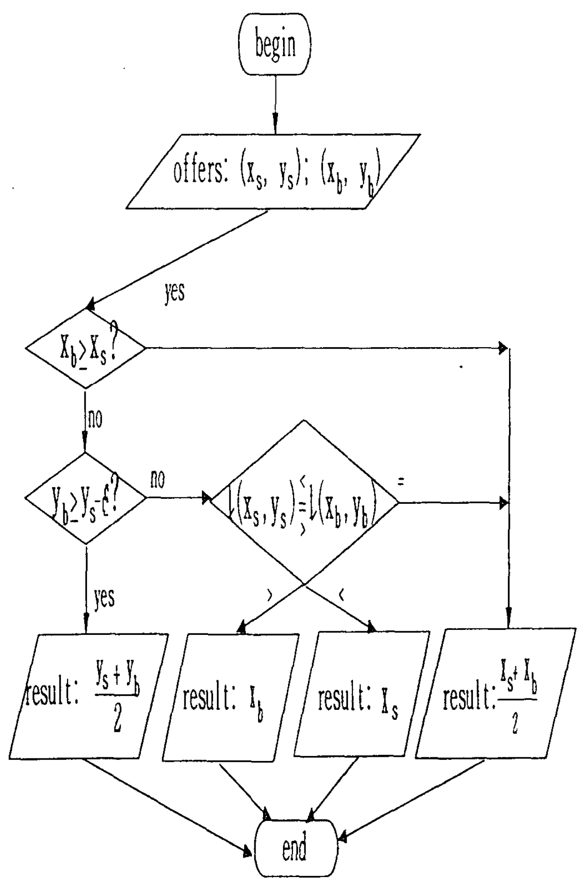
2.1　仮定

次のように不完全情報の非協力ゲームを考える。

- 紛争者 2 人をそれぞれ、プレイヤー s,b とする。
- プレイヤー i は、2 つの要素を持つオファー（ダブルオファー）(x_i, y_i) を仲裁者に提出する。ただし x_i は普通のオファー（FOA のオファーと同じもの）、y_i を仲裁者の考える公平点 x_a の見積もりとする。
- x_i,y_i は、共に連続な戦略空間から選ばれる値とする（例えば金額のようなもの）。
- プレイヤー s (seller) はより大きい値を欲しがり、プレイヤー b (buyer) はより小さい値を欲しがるものとする。
- 2 人のプレイヤーは、x_a を正確に知ることはできないものとする（この点において不完全情報）。従って確率分布として x_a の値を見積もる。その確率分布関数を $F()$、確率密度関数を $f()$（ただし $F'() = f()$）とし、2 人のプレイヤーに共通であるとする。
- プレイヤーは危険中立である。

2.2　FDOA のルール

FDOA のルール



2 人のプレイヤーは、仲裁者にダブルオファーを提出する。$\epsilon > 0$ を定数とする。$y_b \geq y_s - \epsilon$ ならば仲裁者は無条件に $(y_s + y_b)/2$ を仲裁案とする。$y_b < y_s - \epsilon$ ならば仲裁者は loss function

$$l(x_i, y_i) = \alpha(x_i - y_i)^2 + (1 - \alpha)(x_a - y_i)^2$$

$$(\alpha \text{は } 0 < \alpha < 1 \text{ なる定数}) \quad (2.1)$$

の値の小さい方の x オファーを仲裁案として選ぶ。

即ち、もし

$$l(x_i, y_i) < l(x_j, y_j)$$

ならば、x_iが仲裁者に仲裁案として選ばれる。

説明：仲裁者は前もって定数 α をプレイヤーに知らせる。$\alpha \to 1$ のとき、x_i と y_i が近づくので、このルールは FOA のようなものになる。$\alpha \to 0$ のとき、仲裁者はまず y_s と y_b を比較し、同じなら、距離 $|x_s - y_s|$ と $|x_b - y_b|$ を比較するような行動を採るので、このルールは [3] の FDOA のようなものになる。

CA と FOA において、仲裁者の公平点 x_aをどのように決めるのかについて実験が行われ、2人のプレイヤーがそれぞれ公平だと思う点 y_s と y_b に対し、(2.1) の Loss function を最小するように x_a を決めることが報告されている。ただし x_i は FOA におけるプレイヤー i のオファーであり、y_s と y_b はプレイヤーのオファーではなく、仲裁者が調査した結果の値である。FDOA では、y_s と y_bをプレイヤーにオファーとして提出するように要求するので、プレイヤーがどのような行動を採るのか解析する必要がある。

3 FDOA の純戦略における均衡戦略

FOA の Nash 均衡の解析 [1] によれば、結果として、密度関数 f がある条件を満たすとき Nash 均衡の純戦略が存在する。本論文の FDOA においても、同じ条件の下で、Nash 均衡の純戦略が存在し、次式のようになる。ただし、$f() > 0$ とする。また、$F(m) = 1/2$ すなわち m は median とする。

$\alpha \geq \epsilon f(m)$ のとき

$$\begin{cases} x_s = m + \frac{1}{2f(m)} \\ y_s = m + \frac{\alpha}{2f(m)} \\ x_b = m - \frac{1}{2f(m)} \\ y_b = m - \frac{\alpha}{2f(m)} \end{cases}$$

$\alpha < \epsilon f(m)$ のとき

$$\begin{cases} x_s = m + \frac{1}{2f(m)} \\ y_s = m + \frac{\epsilon}{2} \\ x_b = m - \frac{1}{2f(m)} \\ x_b = m - \frac{\epsilon}{2} \end{cases}$$

性質 1 x_sと x_bは FOA のルールで行われる仲裁と同じ均衡オファーである。

性質 2 y_s,y_bはαと関係するが、その関係は直観的な考察と一致する。$\alpha \to 0$ つまり見積もりの正確さに仲裁者が重点を置く場合、y_sと y_bは近づく。逆に$\alpha \to 1$ つまり見積もりとオファーの差（どれだけ欲張るか）に仲裁者が重点を置く場合、y_iと x_iが近づく（プレイヤーは欲張らなくなる)。

4 おわりに

FOA と FDOA の大きな違いは仲裁者に提出するオファーである。前者は自分の欲しいものだけをオファーとして提出するが、後者は FOA と同じものと、仲裁者の考える公平点に関する見積もりも合わせてを提出する。仲裁者はこの2つの要素から、より公平であると考えられるプレイヤーのオファーを仲裁案として選ぶ。つまり FDOA では、プレイヤーは仲裁者の考える公平点に関するより正確な見積もりと、欲張りすぎないことが必要となる。FOA では、欲張りすぎないことだけを考えていればよかった。この点から FDOA は FOA と比較して両者のオファー x_s と x_b が近づくことも期待されたが実際には、FOA の場合と同じであった。ただ、公平点に関する見積もりは、オファー間のギャップよりは小さくなる。従って、仲裁者の公平点に関する2人のプレイヤーの見積もりがある程度近い場合、無条件にそ中点を仲裁案として仲裁者が選ぶというルールをつけ加えているので、オファー x_iではギャップが大きいが、公平点に関する見積もり y_iのギャップは比較的小さいことから、CA と FOA の欠点をある程度改善することができる。

参考文献

[1] Brams, S. J., and S. Merrill: "Equilibrium Strategies for Final-offer Arbitration: There Is No Median Convergence", *Management Science*, 29, No. 8, 927-941 (1983).

[2] Farber H. S. and M H. Bazerman: "The General Basis of Arbitration Behavior: An Empirical Analysis of Conventional and Final-Offer Arbitration", *Econometrica*, 54, No. 6, 1503-1528 (1986).

[3] Zeng D.-Z., M. Ohnishi, T. Ibaraki and T.Chen: "Final-Double-Offer Arbitration", submitted to the *Journal of Operations Rsearch of Japan* (1993).