1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

資源制約下の2目的
プロジェクト・スケジューリング問題

大阪国際大学 *趙 晟 煥 CHO Sung-Hwan
02991014 大阪国際大学 韓 尚 秀 HAN Sang-Su
01009494 大阪国際大学 植松 康祐 UEMATSU Koyu
01400724 大阪国際大学 西田 俊夫 NISHIDA Toshio

1．はじめに

本研究では，タスクの処理時間が曖昧であるという仮定の下で或る資源制約下の2目的プロジェクト・スケジューリング問題を取り扱う．曖昧な処理時間はタスクの処理完了に関する満足度としてファジィ理論の帰属度関数によって特徴づけ，2目的問題を考える為にはスケジュールベクトルという概念を導入する．上記の設定のもとで最大完了時刻を最小化すると同時に処理時間に関する満足度の最小値を最大化する，2目的に対してバランスのとれた非劣スケジュールを求めうる解法を提案し，その妥当性や計算の難しさについて論じる．

2．問題の定式化及び解法

2.1 整数処理時間を持つ問題

ここでは，次のような離散再生可能な資源制約下のプロジェクト・スケジューリング問題を取り上げる．

1)処理すべきタスク$T=\{T_1,T_2,\cdots,T_n\}$があり，任意の$T_j(j=1,2,\cdots,n)$には処理時間がp_jで与えられている．分割処理はゆるさない．Cmaxはすべてのタスクの最大完了時刻である．

2)タスクT_jを処理するためには離散再生資源

$$\mathbf{R}(T_j)=\left[R_1(T_j),R_2(T_j),\cdots,R_s(T_j)\right]$$

が必要になり，$m_k(k=1,2,\cdots,s)$単位が利用可能である．ここで$R_k(T_j)$はのT_j処理に必要となるkタイプの資源を示す．

3)t_Hは近似スケジュールの長さであり，t_Hと処理時間p_jは整数値と仮定する．

次のように0−1整数変数

$$x_{jt}=\begin{cases}1: \text{if task } T_j \text{ is completed in period } t \\ \qquad\qquad\qquad (t=0,1,\cdots,t_H) \\ 0: \text{otherwise}\end{cases}$$

と定義する．タスクとそれらの先行関係に相当する結合点と矢線からなる資源制約下のプロジェクト・ネットワーク(Task on-node)において最大完了時刻を最小化する問題に対してB.Talbotは次のような0-1整数計画問題として定式化し，効率よい解法を提案している[1][2].

$$\text{minimize} \qquad C_{max}=\sum_{t=e_n}^{l_n} tx_{nt} \qquad (2.1)$$

$$\text{subject to} \qquad \sum_{t=e_j}^{l_j} x_{jt}=1, \quad j=1,2,\cdots,n \qquad (2.2)$$

$$\sum_{t=e_j}^{l_j}(t-p_j)x_{jt}-\sum_{t=e_f}^{l_f} tx_{jt}\geq 0, \quad j=1,2,\cdots,n$$
$$\forall T_f\in H_j \qquad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{q=t}^{t-p_j-1} R_k(T_j)x_{jq}\leq m_k, \quad t=1,2,\cdots,t_H$$
$$k=1,2,\cdots,s \qquad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{q=t}^{t-p_j-1} x_{jq}\leq 1, \quad t=1,2,\cdots,t_H$$
$$i=1,2,\cdots,m \qquad (2.5)$$

ここで，タスクT_jに対して，

- e_jは最早時刻
- l_jは最遅時刻
- H_jは隣接先行結合点の集合

を表し，制約式(2.2)は各タスクが完了することを，(2.3)と(2.4)は先行関係と資源制約条件を，(2.5)は各期間で少なくとも1つのタスクが処理されることを示している．

2.2　ファジィ処理時間を持つ問題

従来のプロジェクト・スケジューリング問題においてはスケジュールを特徴づけるパラメータは明確に規定されねばならなかったが，現実のスケジューリングにおいては，全てのパラメータが明確な形で表されるとは限らない．本研究では2.1の(1)，(2)，(3)とタスクの処理時間が曖昧である，即ち，(2.3)式のp_jがファジィであるという仮定のもとで或る資源制約下のプロジェクト・スケジューリング問題を取り扱う．$\tilde{p}_j$はタスクT_jの曖昧な処理時間を示すファジィ数であり，「だいたいp_jくらい」という概念である．この曖昧さはタスクの処理完了に関する満足としてファジィ理論の次のような帰属度関数によって特徴づけられる．

$$\mu(p_j)=\begin{cases} 1 & (p_j \le p_{0_j}) \\ 1-\dfrac{p_j-p_{0_j}}{e_j} & (p_{0_j} \le p_j \le p_{0_j}+e_j) \\ 0 & (p_{0_j}+e_j \le p_j) \end{cases}$$

ここで，e_j，p_{0j}は非負の整数である．
上記の設定のもとで最大完了時刻を最小化する同時に処理時間p_jに関する満足度の最小値を最大化する次の2目的プロジェクト・スケジューリング問題を提案する．

$$\text{maximize} \quad \mu_{j\,min}^{\pi} \quad \text{and} \quad \text{minimize} \quad C_{max}^{\pi}$$

$$\text{subject to} \qquad \pi \in \Pi$$

Πは実行可能なスケジュールの集合で，

$$\mu_{j\,min}=\min\{\mu(p_j)\}$$

とする．解法の概略としては二つの目的を要素として持つスケジュールベクトルという概念を導入し，非劣スケジュールを定義する．満足度区間[0,1]における主問題をn本の帰属度関数の交差点によって部分問題に分ける．C_{max}と満足度との関係及びTalbotの解法に基づいて原則的に全ての部分問題を解いてゆき，非劣スケジュールを求める．

3．おわりに

本研究を通じてファジィ理論の帰属度関数概念を従来のプロジェクト・スケジューリングの処理時間の曖昧さに取り入れることにより意思決定者の主観をも考慮した定式化を実現した．ファジィ目的も取り扱う2目的問題を提案し，その有効な解法を示すと共にその妥当性及び計算の複雑さについて論じる．どの様な帰属度関数を用いるべきかはこれからの研究の課題である．

参考文献

[1]B.Talbot,"Project scheduling with resource duration interaction:the nonpreemtive case", Management Science 28, No. 10 (1984) 11-20.

[2]Jacek Blazewicz, Wojciech Cellary, Roman Slowinski and Jan Weglarz,"Scheduling Under resource Constraints-Deterministic Models ",Annals of operations research Scientific Publishing Company Basel-Switzerland, volume 7, 1986