1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

資源山積みを目標形状に追従させる工程計画アルゴリズム

（株）日立製作所　エネルギー研究所
01306900 高元　政典　TAKAMOTO Masanori　荒木　憲司　ARAKI Kenji
横田　毅　YOKOTA Takeshi　野中　久典　NONAKA Hisanori
小林　康弘　KOBAYASHI Yasuhiro
（株）日立製作所　日立工場
大越　茂　OKOSHI Shigeru

1．はじめに

一般に投入資源に時間的制約がある場合、その制約を満足するような資源山積み形状の工程計画が必要になる。例えば建設工事では、確保できる作業人員に限りがあるため、最大ピーク値を抑えるよう平準化された作業人員の山積みが要求される。また作業の効率性の観点からは、局所的凹凸が少なく、各調達時期では一定した値を持つ階段状の山積みが要求される。従って工程計画作成の際には、このような望ましい山積み形状を目標として、各工程の開始日や作業期間を決定しなければならない（図１）。

一方、工業プラント等の建設工事では、工期千日以上、数千工程を有する大規模な場合が多く、上記工程計画作業には膨大な労力と時間を要する。ルーチンの計画業務では計画の見直しが頻繁に求められるため、これをエンジニアリングワークステーションで自動化するニーズが高い。そこで本研究では、工程計画の高速自動作成を目的として、工程計画作成アルゴリズムの開発を行っている。

工程計画を計算機で自動化する手法としては、従来、PERT-CPM[1)]や種々スケジューリングアルゴリズム[2)]の提案がなされている。しかし、これら手法はいずれも、計画規模とともに計算時間が急激に増大し、例えば上記規模の山積み平準化で数時間を要する場合も多い。そこで本研究では、まず、大規模工程計画の山積み平準化をエンジニアリングワークステーションにより数十分で実行可能な工程平準化アルゴリズム[3)4)]を開発した。今回さらに、このアルゴリズムを、任意の山積み形状で計画作成できるよう一般化し、実際の問題へ試験的に適用した。

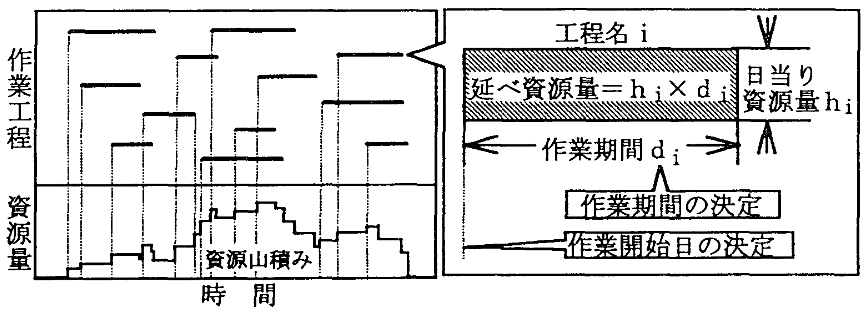


図1　工程計画における決定事項

2．資源山積みの形状を指定した工程計画問題の定式化

ｋ個の工程を含む全工期Ｌ日の工程計画に対し、工程ｉの作業期間をt_i（日）、必要資源量をh_i（量／日）とする。また、目標の山積み形状の形状関数を$g(i)$とする。この時、山積み形状を$g(i)$に近づける工程計画問題は、式（１）（２）を制約条件として式（３）の目的関数ｆを最小化する0-1二次計画問題に定式化される。ただし、y_iは第ｉ日目の山積み値を表す。またx_{ij}は$j=U(i)$（$U(i)$:工程ｉの開始日）で１となる0-1変数である。さらに、目的関数ｆは各日の山積み値の目標値$g(i)$からの二乗誤差の和である。

$$\sum_{j=1}^{L} x_{ij} = 1 \ , \ (i = 1, 2, 3, \cdots, k) \tag{1}$$

$$y_m = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=b_i}^{m} h_i x_{ij} \ , \ (m = 1, 2, 3, \cdots, k) \quad \begin{cases} b_i = 1 & (m < t_i) \\ b_i = m - t_i + 1 & (m \geq t_i) \end{cases} \tag{2}$$

$$f = \sum_{i=1}^{L} (y_i - g(i))^2 \tag{3}$$

3．工程計画アルゴリズム

式（３）を列ベクトル$\mathbf{y}$、$\mathbf{x}$、Ｌ×ｋ行列$\mathbf{A}$を用いて、改めて$\mathbf{y}=\mathbf{A}\mathbf{x}$とし、形状関数$g(i)$を列ベクトル$\mathbf{g}$で表すと、目的関数ｆは式（４）の二次形式で表される。さらに変数を基底・非基底に分ける基底形式では、$\mathbf{y}$は式（５）のように表せる。ただし、式（５）中、$\mathbf{x}_B$（$\mathbf{x}_A$）は（非）基底変数ベクトル、$\mathbf{A}_B$（$\mathbf{A}_N$）は（非）基底行列である。

$$f = (\mathbf{y} - \mathbf{g})'(\mathbf{y} - \mathbf{g}) \tag{4}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{A}_N \mathbf{x}_N \tag{5}$$

ある工程 i の開始日 $U(i)$ を $U(i)'$ に更新することは、その工程の開始日に対応する基底変数 $x_{iU(i)}$ を $\mathbf{x}_B$ から $\mathbf{x}_N$ に移して値を0とし、新しい開始日に対応する非基底変数 $x_{iU(i)'}$ を $\mathbf{x}_N$ から $\mathbf{x}_B$ に移して値を1とする操作（ピボット操作）に相当する[4]。

今、ある工程に対し、基底変数 x_r（rは添字iU(i)を表す）と非基底変数 x_s（sは添字iU(i)'を表す）とを交換したとすると、これに伴う f の変化量 δf は式（6）で計算される。ここで、$\mathbf{a}_r$ と $\mathbf{a}_s$ は$\mathbf{A}$中でそれぞれ x_r と x_s に対応する列ベクトル、Rおよび$\mathbf{q}$は工程 i の開始日および作業期間を変更しても変化しないスカラおよび列ベクトルである。ただし、ある変数に対応した$\mathbf{A}$中の列とは、その変数の変数ベクトル中の行番号と同じ番号の列番号を持つ$\mathbf{A}$中の列を指す。

$$\delta f = R + \mathbf{q}\mathbf{a}_s + S_{id} \tag{6}$$
$$R = \mathbf{a}_r{}^t\mathbf{a}_r - 2\mathbf{a}_r{}^t(\mathbf{y} - \mathbf{g})$$
$$\mathbf{q} = 2(\mathbf{y} - \mathbf{g} - \mathbf{a}_r)^t$$
$$S_{id} = \mathbf{a}_s{}^t\mathbf{a}_s$$

S_{id} は工程iの毎日の必要資源量の二乗和である。工程 i の作業期間を d 日から d' 日に変更すれば、S_{id} は更新式（7）に従って $S_{id'}$ に変化する。ただし、式（7）中のMは工程 i の延べ必要資源量（$h_i \times d_i$）とする。

$$S_{id'} = S_{id} + M^2(1/d' - 1/d) \tag{7}$$

以上より、次のようなピボット操作を繰り返し適用する工程計画アルゴリズムにより、目的関数を順次減少させながら準最適解に到達することができる。

①工程 i の開始日に相当する基底変数 x_r を基底から非基底に移す。

②式（7）により作業期間を更新しながら、式（6）の δf を負で最小にする作業期間 d と列ベクトル $\mathbf{a}_s$ の組を決定する。

③$\mathbf{a}_s$ に対応する非基底変数 x_s を基底に移す。

④δf を負とする工程がなくなるまで①～③を繰り返す。

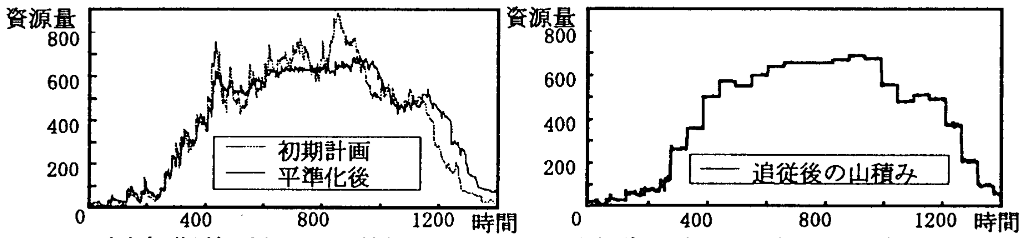
4．適用結果

本アルゴリズムを、資源を作業人員とした例題に試験適用した。計画規模は、5000工程、工期1400日である。また、使用した計算機は約30MIPSのエンジニアリングワークステーションである。

図2（a）に初期工程計画とした最早計画の作業人員山積みとこれを平準化した山積みを示す。ここで最早計画とは各工程を制約条件内でできるだけ早い時期に開始する計画である。また平準化は、本アルゴリズムで形状関数を山積み平均値とした適用結果であり、既開発の工程平準化アルゴリズム[3)4)]に相当する。図2（b）は、形状関数として式（8）に示すような階段状関数（L=50）を用いた本アルゴリズムの適用結果である。

$$g(i) = 1/L \cdot \sum_{j=S_k}^{S_k+L-1} y_j \ , \quad S_k \le i \le S_k + L - 1 \tag{8}$$

図2（b）に示すように、400日以前の低い山積み値の範囲では調整に余裕がないため目標形状への追従性は低いものの、、その他の領域では目標形状関数にほぼ一致した工程計画を作成できた。また、最早計画以外の種々の初期計画から計算して準最適解の質を調べた結果、いずれも目的関数値が１％以内のほぼ同質の結果がえられた。さらに、計算時間はいずれも約１０分であり有用性が確認できた。



(a)初期計画とその平準化　(b)階段状目標形状への追従

図2　本アルゴリズムの適用結果

5．参考文献

1)McGee, A.A. and Markarian, M.D. : "Optimum Allocation of Research/Engineering Manpower within a Multi-project Organizational Structure," *IRE Trans. on Eng. Mgmt.*, EM-9(1962),104-107

2)今野浩 他,「整数計画法と組合せ最適化」,ORライブラリー7,日科技連 (1991)

3)高元政典 他,「資源平準化を目的とした工程計画作成手法」,OR学会秋季研究発表会ｱﾌﾞｽﾄﾗｸﾄ集,2-B-6(1992)

4)高元政典 他,「工程計画の資源山積みを平準化する0-1 2次計画アルゴリズム」, 電子情報通信学会論文誌 D－Ⅱ Vol.J77-D-Ⅱ No.10 1994