1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

ウェーブレット補間法による景気変動分析

名古屋銀行 ＊中村 正治 NAKAMURA Syouji
名古屋市立大学 山本 浩 YAMAMOTO Yutaka

1．はじめに

景気変動の分析は古くから経済の大きな問題であった。 Burns Mitchell(1946)による景気変動パターンの分析をはじめとして、直観的な分析が数多くなされている。
1950年，米国 National Bureau of Economic Research（ＮＢＥＲ 全米経済研究所）は「景気動向指数」（Diffusion Index ＤＩと略される）を開発し、経済企画庁も1960年から同様な手法で日本の景気動向指数（ＤＩ）を発表をしている。景気変動の山と谷の傾向を分析する研究は国友 直人・佐藤 整尚、刈屋 武昭などによってなされてきている。また、ＤＩなどのデータのサンプルパスは急激な変動のため、この時系列データの極値として「景気」の転換点を決定することは困難であった。このためS.Beveridge and C. Nelson (1981)のＡＲＭＡモデルによる研究などがある。

我々は景気動向指数を時間に関する関数とみたとき、この景気動向曲線 $F(t)$が滑らかな関数であると仮定することにより、ウェーブレット補間法が適用できる。これにより、各時点で景気動向指数の数値データと一致する景気動向指数曲線とその導関数の近似曲線を決定することができ、そのグラフの極値の時点を決定することにより、景気の変換点をもとめることができるであろう。

2．モデル

J.Morletは石油資源の探査にウェーブレット関数を導入した。Y.Meyerはこれを改良し、 analysing wavelet 関数$\psi(x)$を用いて次の定理を示した。

定理 (Meyer)： 任意のＬ^2（Ｒ）-関数Ｆはウェーブレット関数展開できる。

(2-1) $$F(t)=\sum_{j,k} a_{j,k}\psi\left(2^j t-k\right)$$

これをウェーブレット展開というが、この他にもウェーブレット展開の関数にはsupport compact 関数[1]など多くの関数が考えらる。

一方、経済時系列の応用においては、各経済活動は均一一定であり、時間に関係なく各々一定割合であると仮定する。景気動向指数の基本となる波を$S_n(t)$は、「ＤＩ」指標における経済過程のn個目からの波及効果による波であるとし、β_n を波及効果の度合、 τ_nを時間遅れとすると。それをモデルに表すと

(2-2) $$F(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta_n S_n\left(t-\tau_n\right)$$

となる。
「景気」の基の波が他の経済活動に一定の割合で伝ぱんされると仮定すると、$S_n(t)$ はすべて同じ波形とみなせる。

3．ウェーブレット補間

n個の時系列データ$\left\{(t_i,y_i):i=1,2,\cdots,n\right\}$が与えらているとき、

(3-1) $$y=F(t) \quad 、\quad f(t)=\frac{dF}{dt}$$

を満たす関数F,fをウェーブレット補間し、そのグラフ表示するには以下の（ａ-1）から（ａ-4）の手続きで行えばよい。

（ａ-1） ウェーブレット関数の補正.
(2-1)で構成した analysing wavelet 関数 を次の条件を満たす [0,1]区間の関数になるように変数変換する。

if $t<0$ or $t>1$ then $|\psi(t)|\le\varepsilon$

（ａ-2） 連立方程式の解の誤差を小さくするため、n個の整数j,kは次の条件満たすようにとる。

(3-2) $$\left|\psi\left(2^j t_i-k\right)\right|\le\varepsilon$$

（ａ-3） 与えられたn個のデータとウェーブレット関数の値から、次の連立方程式を解き、ウェーブレッ

ト係数$\alpha_{j,k}$ を求める。

(3-3) $$y_i = \sum_{i,k} \alpha_{j,k} \psi\left(2^j t_i - k\right) \quad : i = 1,2,\cdots,n$$

（a -4） 近似関数のグラフ表示.

上で求めた$\alpha_{j,k}$ を (2-1),(2-2) 式に代入して、各t 毎に $F(t)$、$f(t)$の値を求め、グラフ表示する。

4．結果

図１のグラフは景気動向指数（一致系列）の期間1980年1月から1981年5月を一転破線で示し、ウェーブレット補間による関数近似した曲線を実線で示してある。図２ではウェーブレット補間による関数近似した曲線の一次導関数を実線で閉め示してある。

景気が拡大しているか、後退しているかは一致系列の指標を基調として３ヶ月間連続して50%を上回っているか下回っているかで判断する。しかし、景気基準日付の決定については、他の多くの経済指標を分析し専門家の意見も参考にして、経済企画庁の景気動向指数委員会が決定することになっている。

そこで、以下ウェーブレット補間による分析手法を用いて「Ｄｉ」時系列曲線の関数近似を行い、この一次導関数の極値の時点を調べると経済企画庁の景気動向指数委員会の発表した、景気基準日付の山と谷がおおむね一致している。

図１景気動向指数（一致系列）と
そのウエーブレット補間による曲線近似

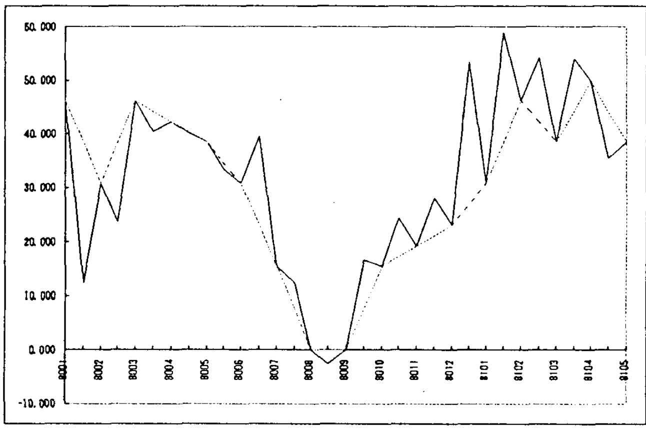
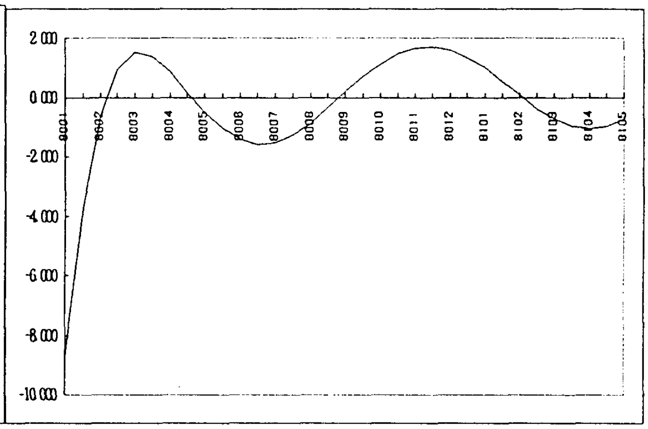


図２ウエーブレット補間による曲線近似の
１次導関数



簡単な分析により、景気変動の転換点に対する分析には、ウェーブレット補間法を用いた時系列解析の方法が有効であろう。

[1] Daubrchies.I : Ten Lecture on Wavelets .SIAM Philadelphia .PA. 1992

[2] Deming, J. : Application of the Gompertze curve to the observed pattern of growth in length of 48 individual boys and girls during the adolescent cycle of growth, Human Biology, 29 : 83-122, 1957.

[3] Frage.M ,Hunt.J.C.r and Vassilicos.J.C :Wavelets,Fractals,and Fourier Transforms ,Clarendon Press ,1993

[4] Fujii.K and Yamamoto.Y :Time series analysis in height growth by Wavelet analysis(to appear)

[5] Mallat.S: Multiresolution Approximations and Wavelet Orthonomal Bases of $L^2(R)$, Trans of Amer Math Soc, 315 ,P69-87 ,1989