日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

農薬散布量を考慮した作付計画問題について

大阪大学大学院　＊片山 明彦　KATAYAMA Akihiko
02302914　大阪大学大学院　豊永 亮　TOYONAGA Tasuku
01013704　流通科学大学　伊藤 健　ITOH Takeshi
01005194　大阪大学大学院　石井 博昭　ISHII Hiroaki

1．はじめに

現在、農作物生産において農薬は重要であり，農業経営に大きな役割を果たしている．しかし，農薬は環境面などで多くの問題が指摘されている．農薬を使用しないことは安全であり，消費者からも求められているが，生産者の立場に立つと，収穫量の減少につながり，利益の減少に陥ってしまう．農薬の使用は国，地方自治体などで安全基準が設けられているので，正しく用いることが重要である．農薬を正しく使用することで労働時間を短縮し，農作業の効率化を図ることができる．一般的に農薬の効果については作物の収穫量，利益にどのくらい影響を与えているか不確実である．よって，本研究では利益の不確実性をファジィ数として扱い，適切な農薬散布量と各作物の作付面積を求めるために数理モデルの構築を目標としている．そこで，労働時間と作付面積を制約条件に設定し，利益と残留率を目的関数にしてモデル化を行う．

2. 作付面積および農薬散布量決定問題の定式化

2.1 作付計画問題の定式化

複数の作物を栽培する場合，土地は利益が最大になるように割り振らなければならない．そこで，作物$i\ (=1,\cdots,m)$の作付面積をx_i，作物iの利益係数をc_i，作物iの労働係数をw_i，栽培可能な土地の面積をX，総労働可能時間をWとして，総利益が最大になる定式化は以下のように表すことができる．

P1　Maximize　$Y=\mathbf{c}^t\mathbf{x}$

Subject to　$x_1+x_2+\cdots+x_m\le X$

$\mathbf{w}^t\mathbf{x}\le W$

$\mathbf{x}\ge\mathbf{0}$

ここで，$\mathbf{c}^t=(c_1,c_2,\cdots,c_m)$，$\mathbf{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_m)^t$，$\mathbf{w}^t=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$である．

2.2 不確実性を考慮した作付計画問題

作物iの利益係数C_iはL型メンバシップ関数をもつファジィ数とする．利益係数ベクトル$\mathbf{C}^t=(C_1,C_2,\cdots,C_m)$は

$$\mu_{\mathbf{C}}(\mathbf{c})=L\left((\mathbf{c}-\mathbf{d})^tU(\mathbf{c}-\mathbf{d})\right)$$

のようなメンバシップ関数をもつファジィ集合と定義することができる．ただし，$\mathbf{d}^t=(d_1,d_2,\cdots,d_m)$であり，$U$は$n\times n$の非負成分をもつ対角行列で$\mu_{C_i}$の広がりに対応し，$L$は$L:[0,+\infty)\to[0,1]$；$L(0)=1$を満たす連続減少関数である．

このとき，$\mathbf{C}$がファジィ集合であることから，P1におけるYもファジィ数となり，そのメンバシップ関数は以下の定理から得られる．

定理 1

$\mu_{\mathbf{C}}(\mathbf{c})=L\left((\mathbf{c}-\mathbf{d})^tU(\mathbf{c}-\mathbf{d})\right)$のとき$Y=\mathbf{C}^t\mathbf{x}$のメンバシップ関数$\mu_Y(y)$は次のようになる．

$$\mu_Y(y)=L\left(\frac{(y-\mathbf{d}^t\mathbf{x})^2}{\mathbf{x}^tU^{-1}\mathbf{x}}\right)$$

目的関数がファジィ数であれば，直接最大化することができないので，" Yはだいたいθより大きい" というファジィ目標Gを設定し，そのメンバシップ関数を

$$\mu_G(t)=\begin{cases}0 & (0\le t<\theta_l)\\ \dfrac{t-\theta_l}{\theta-\theta_l} & (\theta_l\le t<\theta)\\ 1 & (\theta\le \mathrm{t})\end{cases}$$

とする．このファジィ目標Gの実現可能性を最大化するために，次のような可能性測度最大化問題を考え，その最適解を求める．

P2　Maximize　$\prod_Y(G)=\sup_y\min\{\mu_Y(y),\mu_G(y)\}$

Subject to　$x_1+x_2+\cdots+x_m\le X$

$\mathbf{w}^t\mathbf{x}\le W$

$\mathbf{x}\ge\mathbf{0}$

いま，関数L，μ_Gについて

$$L^*(t)=\begin{cases}\min\{r\mid L(r)\le t\} & (0\le t<1)\\ 0 & (t=1)\end{cases}$$

$$\mu_G^*(t)=\begin{cases}0 & (t=0)\\ \min\{r\mid \mu_G(r)\ge t\} & (0<t\le 1)\end{cases}$$

を定義すれば，次のような定理が成り立つ．

定理2

$h \neq 0$ のとき，

$$\prod_Y(G) \geq h \Leftrightarrow \mu_G^*(h) \leq \mathbf{d}'\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}L^*(h)}$$

証明 $\Pi_Y(G) \geq h$

$$\Leftrightarrow \sup_y \min(\mu_Y(y), \mu_G(y)) \geq h$$

$$\Leftrightarrow {}^\exists y : \mu_Y(y) \geq h \text{ かつ } \mu_G(y) \geq h$$

$$\Leftrightarrow {}^\exists y : L\left(\frac{(y-\mathbf{d}'\mathbf{x})^2}{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}}\right) \geq h \text{ かつ } \mu_G(y) \geq h$$

$$\Leftrightarrow {}^\exists y : \mathbf{d}'\mathbf{x} - \sqrt{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}L^*(h)} \leq y \leq \mathbf{d}'\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}L^*(h)} \text{ かつ } y \geq \mu_G^*(h)$$

$$\Leftrightarrow {}^\exists y : \mu_G^*(h) \leq \mathbf{d}'\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}L^*(h)}$$

これより，P2 は次のように変換できる．

P3

Maximize h

Subject to $x_1 + x_2 + \cdots + x_m \leq X$

$\mathbf{w}'\mathbf{x} \leq W$

$\mathbf{d}'\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}L^*(h)} - \mu_G^*(h) \geq 0$

$\mathbf{x} \geq \mathbf{0},\ 0 < h \leq 1$

2.3 農薬散布を考慮した作付計画問題

多くの農家は農作業の効率化や収穫量確保のために農薬を使用しており，農薬の使用は労働条件を改善することができる．しかし，農薬を使用しすぎることは，環境や安全性に問題を与えると考えられているため，農薬を散布した場合の農薬残留率を考慮した上で，多目的の作付計画を定式化する．ここで考慮している農薬は除草剤などの労働環境を改善するものとしている．

P4 Maximize $\mathbf{c}'\mathbf{x}$

Min Max $\left\{ \frac{R_i(y_{ij})}{a_{ij}} \middle| x_i \geq 0 \right\}$

Subject to $x_1 + x_2 + \cdots + x_m \leq X$

$w_1(y_1)x_1 + \cdots + w_m(y_m)x_m \leq W$

$\sum_{j=1}^{m} y_{ij} = y_i$

$\mathbf{x} \geq \mathbf{0},\ y \geq 0$

このモデルでは1種類の農薬を散布するものとして考えており，その農薬散布量を y とし，y_{ij} はある作物 i に対する農薬成分 $j(=1,\cdots,n)$ の量とする．同様に a_{ij} は作物 i に対する農薬成分 j の残留量基準値である．$w_i(y_i)$ は労働時間を表す関数であり，の連続減少関数である．また，$R_i(y_{ij})$ は農薬残留率の関数とし，狭義増加関数と仮定している．目的関数について，最大のものを小さくしようとしているのは，農薬の1成分でも残留率の基準値を超えないようにしなければならないためである．この P.4 に定理1、定理2を用いることによって，以下のように定式化することができる．

P5

Maximize h

Min Max $\left\{ \frac{R_i(y_{ij})}{a_{ij}} \middle| x_i > 0 \right\}$

Subject to $x_1 + x_2 + \cdots + x_m \leq X$

$w_1(y_1)x_1 + \cdots + w_m(y_m)x_m \leq W$

$\sum_{j=1}^{m} y_{ij} = y_i$

$\mathbf{d}'\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}'U^{-1}\mathbf{x}L^*(h)} - \mu_G^*(h) \geq 0$

$\mathbf{x} \geq \mathbf{0},\ 0 < h \leq 1,\ y \geq 0$

この問題は関数の特性を利用して解くことができる．

3. 今後の課題

本研究では，作付計画の数理モデルを提案した．その中でも農薬の散布を考慮したモデルを提案おり，このモデルは1種類の農薬を使用するものとしている．複数の農薬を使用する場合，農薬の効果が独立であるとは考えにくいので，農薬間の関係性を考慮する必要がある．また，農薬散布のすべてが労働時間の短縮につながるわけではないことも考えなければならない．今後はこのことを考慮した研究に発展させてより良いモデルを構築する．

参考文献

[1] 豊永亮，伊藤健，石井博昭 「ファジィランダム作付計画問題について」 2002 年度日本 OR 学会秋季研究発表会（2002）

[2] T.Itoh, H.Ishii, T.Nanseki " A model of crop planning under uncertainty in agricultural management " International Journal of Production Economics Vol81-82 pp555－558 (2003)

[3] 石井博昭，坂和正敏，岩本誠一 「ファジィ OR」 朝倉書店 (2001)