日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

評価単価比導出法による一対比較の欠落情報の推定

02203303　名城大学大学院都市情報学研究科　＊杉浦伸　SUGIURA　Shin
01104744　名城大学大学院都市情報学研究科　木下栄蔵　KINOSHITA　Eizo

1　はじめに

評価値一斉法は、複数の意思決定者や判断のあいまいさ、追加情報により生じた複数の不安定な評価値を一つに修正するモデルである。また、杉浦・木下は評価値一斉法を用いて AHP における一対比較行列からウェイトを導出する評価単価比導出法を提案した。ここでは、評価単価比導出法を用いた場合の一対比較行列の欠落情報推定方法を提案する。

すでに、一対比較において全ての要素の重要度が判明しておらず、重要度がところどころ欠落している場合その欠落を補って、重みベクトルを求める方法として Harker 法や二段階（Two-stage）法などが考案されている。

2　Harker 法と二段階（Two-stage）法

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0.5 & 2\\ 0.5 & 1 & 2 & \square\\ 2 & 0.5 & 1 & \square\\ 0.5 & \square & \square & 1\end{bmatrix}$$

という一対比較を例とする。

2.1　Harker 法

Harker 法とは欠落要素を 0 とおき、一対比較の対角要素をその行の欠落個所の個数に 1 を加えたものをおき、それをパワー法によって求めるものである。この方法に従うと、評価値は

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 0.5 & 2\\ 0.5 & 2 & 2 & 0\\ 2 & 0.5 & 2 & 0\\ 0.5 & 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$$

となり、その固有ベクトルは近似的に

$u^T=[0.286,0.310,0.302,0.102]$として得られる。

2.2　二段階（Two-stage）法

TS 法は評価値の欠落した部分を除いて値のある個数分の幾何平均をとり、欠落した部分を推定し欠落のない評価値を作り出す方法である。上の例では、

$$\hat{u}_1=(1\times 2\times 0.5\times 2)^{1/4}=1.1892$$

$$\hat{u}_2=(0.5\times 1\times 2)^{1/3}=1$$

$$\hat{u}_3=(0.5\times 1\times 2)^{1/3}=1$$

$$\hat{u}_4=(0.5\times 1)^{1/2}=0.7071$$

$$\hat{u}_2/\hat{u}_4=1\div 0.7071 \qquad \hat{u}_3/\hat{u}_4=1\div 0.7071$$

$$\hat{u}_4/\hat{u}_2=0.7071\div 1 \qquad \hat{u}_4/\hat{u}_3=0.7071\div 1$$

$$\hat{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0.5 & 2\\ 0.5 & 1 & 2 & 1.4142\\ 2 & 0.5 & 1 & 1.4242\\ 0.5 & 0.7071 & 0.7071 & 1\end{bmatrix}$$

となり、固有ベクトル

$u^T=[0.293,0.272,0.278,0.157]$として得られる。

3　評価単価比導出法

評価単価導出法の視点では一対比較は各列を視点とすることにより、ある代替案の評価値を 1 とする評価値として捉える。上の例の場合も、それぞれ

$$\begin{bmatrix}1\\0.5\\2\\0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\1\\0.5\\\square\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.5\\2\\1\\\square\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\\square\\\square\\1\end{bmatrix}$$となる。

しかし、いくつかの列に欠落部分があり完全な評価単価比導出法を用いることができないため、次のルールを決める。

ルール①

> 欠落している部分からは評価値が導出できないため本来その部分から得られるはずの評価値はそのまま空白にしておく。

ルール②

> ステップごとの列の平均を取る場合、欠落により評価が導出できない個所があるためそのときは評価値の個数の分だけ平均をとる。

このルールに従い、上の例の一対比較行列は評価単価比導出法により、

Step1

$$\begin{bmatrix}1\\0.5\\2\\0.5\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2\\1\\0.5\\\square\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.5\\2\\1\\\square\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2\\\square\\\square\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\\1\\4\\1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.5\\0.25\\1\\0.25\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2\\1\\4\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.5\\0.25\\\square\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}4\\2\\1\\\square\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\4\\2\\\square\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.25\\1\\0.5\\\square\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\\square\\\square\\0.5\end{bmatrix}$$

Step2

$$\begin{bmatrix}1\\1.667\\1.417\\0.5\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.417\\1\\1.667\\1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.667\\1.417\\1\\0.25\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2\\1\\4\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0.6\\1\\0.85\\0.3\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.706\\1.176\\1\\0.353\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2\\3.334\\2.834\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.706\\1.176\\0.706\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.85\\0.6\\1\\0.6\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.417\\1\\1.667\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.85\\0.6\\0.15\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.176\\1\\0.706\\0.176\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}6.668\\5.668\\4\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.5\\2\\0.5\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2\\1\\4\\1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.5\\0.25\\1\\0.25\end{bmatrix}$$

Step3

$$\begin{bmatrix}1\\0.931\\1.298\\0.464\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.298\\1\\1.806\\0.619\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.931\\0.861\\1\\0.363\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}3.021\\2.751\\3.125\\1\end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

Step6

$$\begin{bmatrix}1\\0.885\\1.191\\0.412\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.13\\1\\1.346\\0.466\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.84\\0.743\\1\\0.346\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.425\\2.146\\2.888\\1\end{bmatrix}$$

これらを正規化すると、

$u^T = [0.287, 0.254, 0.341, 0.118]$が得られる。

4　おわりに

以上のようにHarker法や二段階（Two-stage）法、評価単価比導出法はいずれも得られた値は異なり、どの方法を用いるのが妥当であるかは、意思決定者の判断に委ねれば良いとして、評価単価比一定の法則を利用した評価単価比導出法（評価値一斉法）が不完全情報下のもとでの一対比較にも適用可能であることが分かる。このように評価値一斉法の枠組みは非常に広く、優れた手法であることが改めて示された。

参考文献

[1]　杉浦・木下：『評価値一斉法』、OR学会2003年春季研究発表会アブストラクト集、pp224-225.

[2]　杉浦・木下：『評価単価比を用いた新しいウェイト導出法の提案』、OR学会2004年春季研究発表会アブストラクト集、pp230-231.

[3]　高橋磐郎：『連載講座　AHPからANPへの諸問題Ⅰ～Ⅵ』、「オペレーションズ・リサーチ」、1月～6月号、1998.