

## ティックデータを使用して推定されたプライス・インパクト関数の形状と投資スタイル

01306310 筑波大学 竹原 均 TAKEHARA Hitoshi

摘要: 本研究ではティックデータを使用して, 株式売買時のプライス・インパクトの期待値と執行リスクを推定することを試みる. その上で, 投資スタイルと推定されたプライス・インパクト関数の形状の関係について分析を行う. 実証分析の結果, 大型株よりも小型株, そしてグロース株よりもバリュー株の取引時の期待インパクトと執行リスクが大きいことが明らかとなった.

## 1. プライス・インパクトの測定方法

時刻  $t$  において記録された約定電文直前の気配電文における最小アスク・プライスを  $Ask_t$ , 同アスク・プライスでの気配数量を  $Z_t^{Ask}$ , 最大ビッド・プライスを  $Bid_t$ , 同ビッド・プライスでの気配数量を  $Z_t^{Bid}$  とする. 約定が不成立時の仮想的均衡価格は, mid point

$$q_t = \frac{Ask_t - Bid_t}{2}, \quad (1)$$

により与えられる. 約定電文において, 約定価格は Ask 以上か, あるいは Bid 以下となることがほとんどである. そこで株価が上昇する前者を「買い主導の約定」, 株価が下落する後者を「売り主導の約定」と定義する. 買い主導約定における最小規模プライス・インパクト  $\alpha_t^{Ask}$ , 売り主導約定における最小規模インパクト  $\alpha_t^{Bid}$  は, エフェクティブ・スプレッド

$$\alpha_t^{Ask} = Ask_t - q_t, \alpha_t^{Bid} = Bid_t - q_t \quad (2)$$

により与えられる. 比較的小規模の取引においては, プライス・インパクトはエフェクティブ・スプレッドに等しい. しかし大規模取引においては, Ask(Bid)を大きく上回る(下回る)株価の上昇(下落)が引き起こされる. そこで, 約定電文における株価, 取引株数を  $S_t, X_t$  とし, 取引前後での価格の変化  $\Delta S_t = S_t - q_t$  と定義する. このときに価格変化と取引株数との間に以下の関係が存在すると仮定する.

$$\Delta S_t - \alpha_t = \beta \sqrt{X_t - Z_t} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

$$\varepsilon_t \sim N\left(0, \left(\gamma_t + \sqrt{X_t - Z_t}\right)^2\right)$$

(3)式において取引前後の価格変化としてのプライス・インパクトの期待値は, 取引株数の平方根の線形関数で与えられ, その切片がエフェクティブ・スプレッド, 最良気配数量を超える部分についてのスロープがパラメータ  $\beta$  である. ただし誤差項については, 最良気配数量の前後でもインパクトの不確実性が存在するのと, 取引株数がより大きくなるほどインパクトの不確実性も拡大すると考えられることから, 誤差項の

標準偏差も最良気配数量を超える取引株数の平方根についての線形関数としている.

(3)式は日々の取引量の時間変化を明示的に考慮しておらず, 流動性が非常に高い時期でも, 逆に低い時期でもパラメータの時間変化を想定していない. このため本研究では全銘柄について毎月末に推定を行うことにより, パラメータの時間変化を取り扱っている. 具体的には銘柄ごとに全約定電文についてエフェクティブ・スプレッド  $\alpha$  の月内平均値を計算し, その後約定電文についてエフェクティブ・スプレッドを超える価格変化が起きたレコードを選択し, (3)式のパラメータ  $(\beta, \gamma, \delta)$  を最尤法により求めている. これらの推定作業は, 売り主導, 買い主導の約定ごとに別々に行い, エフェクティブ・スプレッドの平均値  $\alpha$  と, 最尤推定量  $(\beta, \gamma, \delta)$  のペアを計算することにより, 証券を購入する場合, 及び売却する場合のプライス・インパクト関数を求めた.

## 2. 投資スタイルとプライス・インパクトの関係

投資スタイル間での実現収益率の差がプライス・インパクトと関係を持つかの検証には, 2段階ポートフォリオソート法を使用する. 東京証券取引所(1部及び2部)上場企業のうち, 最尤法によりパラメータの推定が可能であった銘柄を, 毎年9月末の時価総額ランキングに基づいて, 5つのグループへと分類する. 規模別ポートフォリオは, BPRによる2段階目のソートでさらに5つに分類される. 各グループについて等ウェイトポートフォリオを構築し, これをその後の1年間バイ・アンド・ホールドする. 以上の手続きを毎年繰り返すことによって, 規模とBPRによりソートされた25(=5×5)ポートフォリオの月次リターンが計算される. ただし株価水準が銘柄間でまったく異なるため, (3)式を使用して推定されたパラメータを銘柄間で直接比較することは妥当ではない. そこで, 株価変化  $\Delta S_t$  の代わりに株価変化率  $\Delta R_t$  を, 取引株数  $X_t$  の代わりに取引金額  $V_t$  を使用して, 株価変化率と取引金額との関係を分析する. 具体的には,

$$\Delta R_t = \frac{S_t - q_t}{q_t}, \quad V_t = S_t X_t \quad (4)$$

として、以下の(5)式を使用してプライス・インパクトの推定を行う。

$$\Delta R_t - \frac{\alpha_t}{S_t} = \beta \sqrt{V_t - Z_t S_t} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

$$\varepsilon_t \sim N\left(0, \left(\gamma_t + \sqrt{V_t - Z_t S_t}\right)^2\right)$$

### 3. 使用データ

東京証券取引所による個別株式のティックデータ (正確には 1 分刻みのデータであるので、minute-by-minute data) が提供されるようになったのは 1996 年 2 月以降である。ただし気配電文における数量の配信を東証が開始したのは、1998 年 11 月 30 日のため、本研究の分析においては、1998 年 12 月～2003 年 2 月のデータを使用した。

また投資スタイルとの関係を分析するための、ポートフォリオ構築は 1999～2002 年の各 9 月末で計 4 回行われ、ポートフォリオ収益率の観察期間は 1999 年 10 月～2003 年 9 月の 48 ヶ月間である。

### 4. 検証結果

表 1 は、(5)式を用いて推定した結果の買い主導取引についての、エフェクティブ・スプレッド株価比率  $\alpha/S$ 、スロープ  $\beta$ 、投資実行リスク  $\delta$  のソート前過去 1 年間の月次データの平均値を示したものである。この結果から投資スタイルとプライス・インパクトの間に明確な傾向が存在することが明らかとされた。比較的小規模な取引においては、プライス・インパクトはエフェクティブ・スプレッドに等しいが、時価総額の上位 20% のポートフォリオに対して、下位 20% のポートフォリオでは、エフェクティブ・スプレッドは約 4 倍程度と大きな値となっている。この結果から小型株ファンドの場合には証券の購入時に最低でも取引前株価の 0.5% 程度の株価上昇が引き起こされることがわかる。一方で、バリュー株とグロース株の間では、すべての規模別ポートフォリオでエフェクティブ・スプレッドにはほとんど差はない。しかし取引規模が拡大した時の超過インパクトのスロープ ( $\beta$ ) に関しては、大型株と小型株で約 10 倍程度の大きな開きがある。また全体的にグロース株と比較してバリュー株のスロープが大きい傾向が存在する。執行の不確実性(残差項の分散を与えるパラメータ  $\delta$ )についても、小型株の方が大型株よりも大きく、かつバリュー株の方がグロース株よりも大きい傾向が見て取れる。

以上の観察事実から、1) 小型株ファンドにおいてプライス・インパクトはファンドのパフォーマンスに非常

に大きな影響を与える可能性があること、2) グロース株と比較してバリュー株では大規模な取引による追加プライス・インパクトが大きく、かつ取引執行リスクも大きいこと、の 2 点が明らかとなった。

### 5. 結論と将来の課題

本研究でのプライス・インパクトの測定をもとに、インプリメンテーション・ショートフォール法の下での最適執行戦略の導出を行うことが、今後の研究課題とされる。

表 1. 買い主導取引時のプライス・インパクト関数形状  
平均ハーフスプレッド( $\alpha$ , 単位BP)

	Value	Neutral	Growth		
Large	13.31	12.20	12.54	13.16	14.69
	21.55	19.52	19.41	19.40	21.27
Neutral	28.74	26.22	26.52	26.29	28.98
	36.25	32.03	31.55	32.44	38.20
Small	52.09	48.35	45.43	46.89	59.80
スロープ・パラメータ ( $\beta \times 1,000,000$ )					
	Value	Neutral	Growth		
Large	0.99	0.82	0.78	0.74	0.65
	1.89	1.55	1.66	1.55	1.60
Neutral	3.03	2.49	2.47	2.53	2.85
	5.11	4.00	4.02	3.98	4.96
Small	10.82	8.38	7.44	7.81	10.35
リスク・パラメータ ( $\delta \times 100,000$ )					
	Value	Neutral	Growth		
Large	15.38	19.19	12.25	21.91	15.42
	16.90	29.53	17.59	16.22	24.73
Neutral	48.12	33.42	16.50	29.52	27.26
	30.17	35.03	25.55	25.51	26.42
Small	22.47	37.48	29.89	25.23	26.30

### 参考文献:

- Keim, D., and A. Madhavan. "The Costs of Institutional Equity Trades: An Overview." *Financial Analysts Journal*, 54 (1998) 50-69.
- Perold, A. "The Implementation Shortfall: Paper versus Reality." *The Journal of Portfolio Management*, 14 (1988) 4-9.
- 渡邊一男, 「国内株式の最適分割執行の分析と執行コスト評価への適用」『平成 14 年度ポートフォリオの管理に関する研究会研究報告書』(2003) 243-289.