

## 延焼経路ネットワークを用いた難燃化整備計画問題の近似解法の比較

02005020 筑波大学 \* 阿部 英樹 ABE Hideki  
01206770 筑波大学 繁野 麻衣子 SHIGENO Maiko  
01014580 筑波大学 糸井川 栄一 ITOIGAWA Eiichi

## 1 はじめに

わが国において現在なお多く存在している木造密集市街地は、出火した火災が延焼し、また延焼が拡大する危険性をはらんでいる。このような市街地において防火性能を向上させるためには、不燃建物への建て替え、ポケットパークの整備、生活道路の拡幅などの市街地難燃化整備を行うことによって、延焼経路を効果的に遮断することが重要であると考えられる。

このような市街地の難燃化整備において、整備すべき建物および建物の整備優先順位を求める問題として、難燃化整備計画問題 [1] が示されており、この問題に対する解法が複数提案されている (文献 [1, 3])。本稿では、難燃化整備計画問題に対して示されている近似解法の比較を行う。

## 2 難燃化整備計画問題の定義

## 2.1 難燃化整備計画問題の概要

難燃化整備計画問題 [1] は、

- i) 整備を行う建物の棟数をできる限り少なくしつつ、
- ii) 市街地防火性能をできる限り大きく向上させる

ために整備すべき建物および建物の整備優先順位を求める問題である。以下では、ii) を目的として 1 棟ずつ整備する順位を求める。

## 2.2 延焼経路ネットワークの作成

延焼経路ネットワークは、建物から出火があった場合に、延焼が拡大する危険がある範囲を表したグラフであり、以下の手順によって得ることができる。

- 1) 市街地のすべての建物に頂点を 1 点ずつ与える。
- 2) あらゆる 2 棟の組み合わせについて、2 棟間の距離が延焼限界距離より小さくなっている建物を辺で結ぶ。

実際の建物に対する構造別の延焼限界距離は、文献 [3] によるものとした。そして、延焼経路ネットワークにおいて、出火した建物と同じ連結成分に含まれる建物のすべてが焼失するものとした。

## 2.3 市街地防火性能を表す指標

市街地防火性能を表す指標として、平均焼失棟数および最大被害率 [5] を用いる。延焼経路ネットワークを  $G = (V, E)$ 、頂点集合  $X$  に含まれる建物をすべて整備した後の延焼経路ネットワークを  $G' = (V, E')$ 、 $G'$  の連結成分の数を  $k(X)$ 、 $G'$  の連結成分を  $G'_i = (V'_i, E'_i) (i = 1, \dots, k(X))$  とする。整備済みの建物による延焼拡大が起こらないものとする、 $X$  を整備した後の、対象市街地内の 1 棟から出火することを前提とした平均焼失棟数  $\chi(X)$  および最大被害率  $\theta(X)$  は、次のように表すことができる。

$$\chi(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k(X)} |V'_i|^2}{|V|} \quad (1)$$

$$\theta(X) = \frac{\max_{i=1, \dots, k(X)} |V'_i|}{|V|} \quad (2)$$

## 3 難燃化整備計画問題の難しさ

難燃化整備計画問題において、平均焼失棟数  $\chi(X)$  を最小化するためには、すべての連結成分  $V'_i$  に含まれる頂点の数を均等にするように建物を整備すればよいことが、文献 [2] に示されている。しかし、このような最適解が、あらゆる整備棟数に対して存在するとは限らない。

そこで、次に、難燃化整備計画問題において、 $J$  棟整備することにより、すべての連結成分の頂点数がある整数  $t$  以下となるような頂点集合を求める問題を、 $J$  棟整備問題とよび、次のように定義する。このときの  $t$  が、 $G$  における最大被害棟数  $\theta(X) \cdot |V|$  となる。

 $J$  棟整備問題

**Instance** 延焼経路ネットワーク  $G = (V, E)$ 、自然数  $J \leq |V|$  および自然数  $t \leq |V|$ 。

**Question**  $G$  において、以下の条件を満たす頂点の集合  $X \subseteq V$  が存在するか？

- i)  $G \setminus X$  が、 $|V'_i| \leq t (i = 1, \dots, K)$  である連結成分  $V_1, \dots, V_K$  に分割される。
- ii)  $|X| \leq J$  である。

この問題が  $NP$ -完全であることを示す。

$J$  棟整備問題が、 $NP$  に属する問題であることは、自明である。次に、すでに  $NP$ -完全であることが知られている Balanced Complete Bipartite Subgraph Problem (c.f. [4]) が、 $J$  棟整備問題に帰着することができることを示す。

## Balanced Complete Bipartite Subgraph (BCBS)

**Instance** 2 部グラフ  $G_B = (V_B, E_B)$  および正の整数  $t \leq |V_B|/2$

**Question** 以下の条件を満たす頂点集合  $V_1, V_2 \subseteq V_B$  が存在するか？

- i)  $|V_1| = |V_2| = t$  である。
- ii)  $u \in V_1, v \in V_2$  に対し  $\{u, v\} \in E_B$  を満たす。

$G_B = (V_B, E_B)$  の補グラフ  $\bar{G}_B = (V_B, \bar{E}_B)$  を考える。また、 $J = |V_B| - 2t$  とおく。

$J$  棟整備問題の解  $X$  を  $\bar{G}_B$  から除いたとき、

- i)  $\bar{G}_B \setminus X$  には 3 つ以上の連結成分ができることはない。
- ii)  $|X| \leq J$ ,  $|V_1| \leq t$ ,  $|V_2| \leq t$ 。
- iii)  $|X| + |V_1| + |V_2| = |V|$ 。

であることより、 $|X| = J$ ,  $|V_1| = |V_2| = t$  が成り立つ。さらに、 $\bar{G}_B$  において、 $\forall u \in V_1, v \in V_2, \{u, v\} \notin \bar{E}_B$  であるこ

とより,  $G$  において,  $\forall u \in V_1, v \in V_2, \{u, v\} \in E_B$  であるから,  $V_1, V_2$  は  $G_B$  における BCBS の解となる.

よって,  $J$  棟整備問題は  $NP$ -完全である.

#### 4 難燃化整備計画問題の近似解法の比較

以上のことから,  $X$  を整備して  $\theta(X) \cdot |V|$  を最小化する問題は  $NP$ -困難である.  $\chi(X)$  を最小化することはより難しいと予想され, 厳密解を求めることは難しい. また, 整備する棟数に依存せずに整備の優先順位を与えるため, 厳密解を求めることにあまり意味はない. そこで, 難燃化整備計画問題の近似解法の比較を行う.

[1] の解法は, 延焼経路ネットワークの頂点における, すべての 2 頂点間の最短経路が通過する回数を指標として逐次的に整備優先順位を与える方法である.

一方, [3] の解法は, 最小の整備棟数で延焼経路を遮断する建物の集合を直接求め, その建物に対して整備優先順位を与える方法である.

これらの解法を用いて, 東京都都市計画局によって整備された「都市計画デジタルデータ」の建物データより生成した延焼経路ネットワークにおける計算例を示す.

東京都墨田区立花 2 丁目の建物データを基に生成した延焼経路ネットワークにおいて, これらの解法を用いて整備優先順位を求めると, 図 1 および図 2 のようになる.

[1] の解法においては, 以下の特徴が挙げられる.

- 1) 整備対象建物が町域の中心に多く存在している.
- 2) 整備対象建物が局所的に建物の密度が高い街区に多く存在している.

一方, [3] の解法においては, 以下の特徴が挙げられる.

- 1) 整備対象建物が町域の縁辺部に多く存在している.
- 2) 整備対象建物が局所的に建物の密度が低い街区に多く存在している.

図 3 は, それぞれの整備優先順位において 1 棟ずつ整備するごとの  $\chi(X)$  および  $\theta(X) \cdot |V|$  の変化を表したグラフである. それぞれの解法で,  $\chi(X)$  の変化が最も大きくなる整備棟数に違いがみられる.

#### 5 おわりに

実際の難燃化整備において延焼経路ネットワークを用いて整備計画を示す場合, 頂点切断集合および最短経路となる回数のふたつの方法を組み合わせることが必要であると考えられる. 今後, この点を考慮した, 難燃化整備の手法を示すことが課題となる.

#### 参考文献

- [1] 阿部英樹, 糸井川栄一: 延焼経路ネットワークを用いた市街地防火対策における整備優先順位の最適化, 地域安全学会論文集, 5, 141-148, 2003.
- [2] 阿部英樹, 熊谷良雄, 糸井川栄一: 空間構成による市街地防火性能の差異について, 地域安全学会論文集, 4, 207-212, 2002.
- [3] 阿部英樹, 繁野麻衣子, 糸井川栄一: ネットワークの頂点切断集合を用いた難燃化整備計画の解法について, 2004 年日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 182-183, 2004.

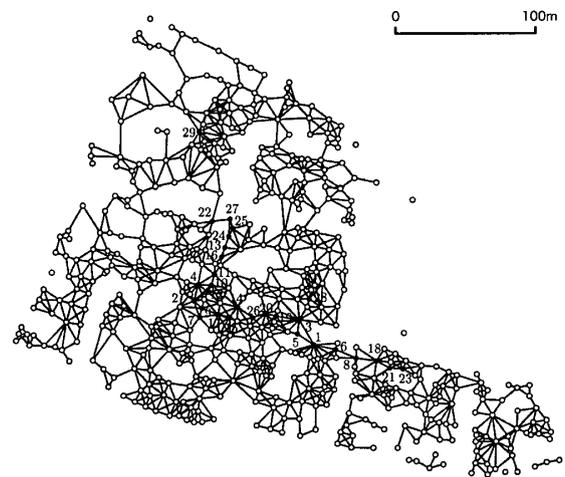


図 1: 最短経路となる回数を指標として逐次的に与えた整備優先順位

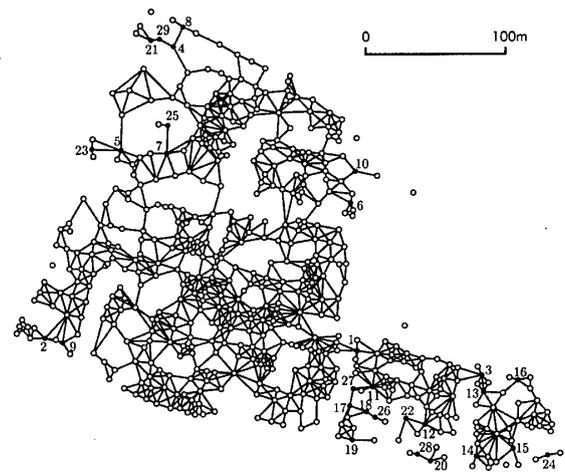


図 2: 頂点切断集合に逐次的に与えた整備優先順位

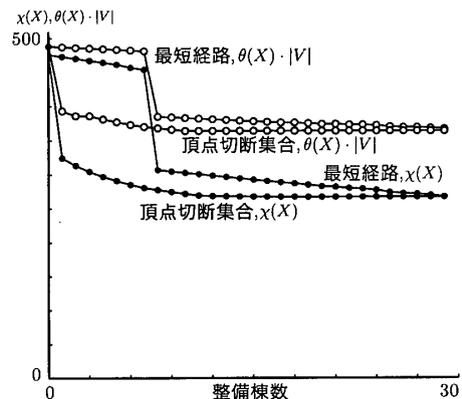


図 3: 1 棟整備するごとの  $\chi(X), \theta(X) \cdot |V|$  の変化

- [4] Garey, Michael R. and Johnson, David S.: *Computers and Intractability, a Guide to the Theory of NP-Completeness*, W. H. Freeman and Company, 1979.
- [5] 加藤孝明, 小出治: 市街地延焼からみた市街地整備のための性能基準に関する基礎的考察-不燃領域率による性能基準の一般化-, 日本建築学会計画系論文集, 516, 185-191, 1999.