日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

地域間の相互作用を考慮した地利値の計算

02005260　慶應義塾大学　*鵜飼孝盛　UKAI Takamori
01107680　慶應義塾大学　栗田　治　KURITA Osamu

1　はじめに

店舗や住宅の立地を論じる際に，地の利という言葉を耳にする．この地の利を定量的に表す指標として，文献 [1], [2] では以下に示すような地利値を定義している．交通網の結節点を頂点，交通路を辺としたグラフ G を考え，グラフ G の隣接行列を A とする．この隣接行列 A の最大固有値に属する固有ベクトル $\boldsymbol{x}$ を地利値としている．

$$A\boldsymbol{x} = \lambda \boldsymbol{x} \tag{1}$$

このように定義される地利値は，ある頂点 i における値が，それに隣接する全ての頂点における値の総和に比例するという性質を持つ．また文献 [3] では，隣接行列 A を作成するにあたり，距離や時間に対し閾値 δ を設け，頂点 i から頂点 j まで，所要時間 δ 以下で到達可能であれば $a_{ij} = a_{ji} = 1$，そうでなければ 0 とすることで，交通路間の距離や移動に要する時間を考慮した地利値を計算している．また，都市平面をメッシュに分割し，メッシュ間の移動の所要時間を考えることで，地利値を求める対象を平面全体へと拡張している．

しかしながら，これらの枠組みの中で出てくる固有値 λ の意味づけや，地利値自体の物理的な解釈が困難であるという問題点がある．任意の頂点において，他の頂点に与える影響の和と，他の頂点からの影響の和とが等しくならないため，地利値を物理的な量として捉えることができない．

本稿では隣接行列の代わりに，地点間の空間相互作用の度合いを表す行列を用いることで上記の問題点を克服し，地利値に物理的な意味を与える．その後，各地点における地利値の大きさを考慮した地利値の計算について論じる．

2　地点間の相互作用を考慮した地利値

都市内に n 個の地点を考え，任意の地点 i におけるアクティビティの量を x_i とする．x_i は周辺の地点 j からの影響の総和に比例するものとして，

$$x_i = \mu \sum_{j=1}^{n} m_{ij} x_j \tag{2}$$

で表されるものとする．ただし，m_{ij} は地点 j のアクティビティのうち，地点 i へ移動するアクティビティの割合である．この m_{ij} を要素とする行列 M が式 (1) の隣接行列 A に対応する．さらに f_{ij} を地点 i が地点 j のアクティビティを引きつける力とし，m_{ij} を以下のように定義する：

$$m_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sum_k f_{kj}}. \tag{3}$$

すなわち，都市内の全ての地点から地点 j におけるアクティビティに対してはたらく吸引力の総和に対する，地点 i の吸引力の割合として定義する．したがって，式 (2) は，

$$x_i = \mu \sum_{j=1}^{n} \frac{f_{ij}}{\sum_k f_{kj}} x_j \tag{4}$$

となる．ここで，上式の両辺を i について加え合わせ，右辺を変形すると，

$$\sum_i x_i = \mu \sum_j x_j \tag{5}$$

となるため，$\mu = 1$ となり，式 (4) は以下のようになる：

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{f_{ij}}{\sum_k f_{kj}} x_j. \tag{6}$$

ここで，吸引力 f_{ij} は 2 点 i, j 間の距離 t_{ij} にのみ依存するものとして，

$$f_{ij} = f(t_{ij}) \tag{7}$$

とし，$f_{ij} = f_{ji}$ と仮定する．また，$s_i = \sum_j f_{ij}$ とする．式 (3) より，$f_{ij} = f_{ji} = m_{ij} s_j = m_{ji} s_i$ なので，

$$x_i = \sum_j m_{ji} \cdot \frac{s_i}{s_j} \cdot x_j \tag{8}$$

となる．$\frac{x_i}{s_i} = r_i$ とすると，$m_{ji} = \frac{f_{ij}}{s_i}$ なので，

$$s_i \cdot r_i = \sum_j \frac{f_{ij}}{s_i} \cdot \frac{s_i}{s_j} \cdot x_j = \sum_j f_{ij} \frac{x_j}{s_j} \tag{9}$$

となり，

$$\sum_j f_{ij} r_i = \sum_j f_{ij} r_j \tag{10}$$

より，$r_i = r_j$ が得られる．従って，

$$x_i : x_j = s_i : s_j = \sum_j f_{ij} : \sum_i f_{ij} \tag{11}$$

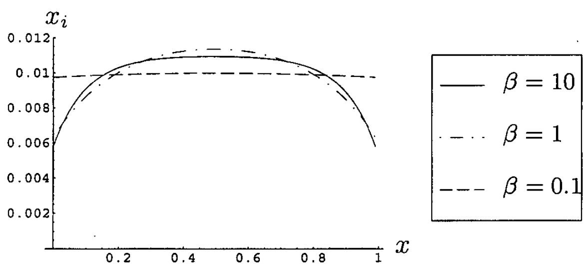

図 1: 直線状都市における地利値の例

となる．すなわち，都市内の任意の地点 i におけるアクティビティの量は，地点 i にはたらく全ての力の総和に比例することとなる．

都市を長さ 1 の線分で与え，式 (7) の吸引力を

$$f(t_{ij}) = \exp(-\beta t_{ij}) \tag{12}$$

とした場合の結果を図 1 に示す．β は所要時間による吸引力の減衰を示すパラメータである．β は移動手段の発達を表す指標と捉えることができ，この値が小さいほど移動手段が発達していることになる．図 1 を見ると，β が小さくなるにしたがって値に差がなくなっており，交通手段の発達により，都市内の 1 点に集中していた地の利が，都市全体に散らばることを示している．

次に別のシナリオとして式 (7) を，

$$f(t_{ij}) = \begin{cases} 1 & t_{ij} \leq \delta \\ 0 & t_{ij} < \delta \end{cases} \tag{13}$$

のように定めてみよう．すなわち，2 点 i, j 間の所要時間 t_{ij} がある閾値 δ 以下なら 1，そうでないなら 0 とする．$s_i = \sum_j f_{ij}$ であるから，各点における値 x_i は頂点 i から所要時間 δ 以内で移動可能な頂点の数を表すことになる．頂点が都市領域内に一様に分布する場合，s_i は所要時間 δ 以内で移動可能な領域の面積，すなわち δ 時間圏域の面積を示すことになる．x_i を地点 i における人口と考えると，都市内の任意の地点にいる人が，所要時間 δ 以内で移動可能な領域に一様に移動するといった状況で，人口の分布が平衡状態に達した際の，各地点における人口の比を時間圏域の面積が表すこととなる．

3 アクティビティの大きさを考慮に入れた地利値

前節における計算では，式 (7) で定義される吸引力が，距離のみに依存するものとした．したがって，ある地点のアクティビティは，そこから等距離にある他の点に等しく引き寄せられることになる．しかし，現実にはアクティビティが多い地域ほど，より多くのアクティビティを引き寄せると考えられることが多い．この節ではハフモデルに習い，地点 i が地点 j におけるアクティビティを引きつける力が，地点 i でのアクティビティの量にも依存するという形での定式化を試みる．

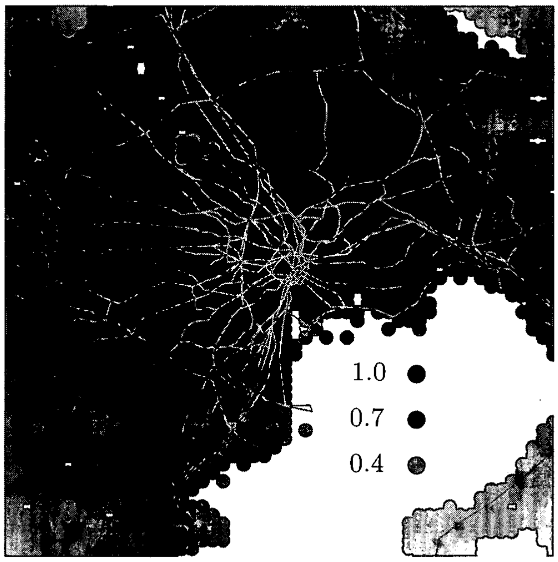

図 2: 首都圏における地利値 ($\beta = 0.0002$)

式 (6) や式 (3) は前節と同じものとする．式 (7) で定義される，地点 i が地点 j におけるアクティビティを引き寄せる力 f_{ij} を，2 点 i, j 間の距離 t_{ij} によって定まる分離性の尺度 $u(t_{ij})$ と地点 i 自身のアクティビティの量 x_i との積とする：

$$f_{ij} = f(t_{ij}) = u(t_{ij}) \times x_i. \tag{14}$$

ただし，分離性の尺度 $u(t_{ij})$ は 2 点間の距離（所要時間）によってのみ決まるものとして，

$$u(t_{ij}) = u(t_{ji}) \tag{15}$$

であるものとする．従って，式 (6) は，

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{u(t_{ij})x_i}{\sum_k u(t_{kj})x_k} x_j \tag{16}$$

となる．分離性の尺度を $u(t_{ij}) = \exp(-\beta t_{ij})$ とし首都圏における計算結果を図 2 に示す．

謝辞

本研究は，文部科学省平成 15 年度 21 世紀 COE プログラム『知能化から生命化へのシステムデザイン』の補助を受けました．ここに記し謝意を表します．

参考文献

[1] 野田　洋 (1995)：街路網の形態的特性に基づく定量的地利値の導入とその基礎的考察，日本建築学会計画系論文集，第 470 号，pp.139–148

[2] 野田　洋 (1999)：定量的地利尺度を用いた都市街路網の分析的研究，日本建築学会計画系論文集，第 519 号，pp.171–178

[3] 鵜飼孝盛，栗田　治 (2003)：首都圏鉄道網における地利値の計算，日本 OR 学会春季学術研究発表会アブストラクト集，pp.46–47