長方形詰込み問題に対する可変近傍探索法

02005174 東京大学 *今堀 慎治 IMAHORI Shinji
01704164 京都大学 柳浦 睦憲 YAGIURA Mutsunori
01001374 関西学院大学 茨木 俊秀 IBARAKI Toshihide

1 はじめに

長方形詰込み問題とは, 様々な大きさの長方形を, 二次元平面上に互いに重ならないように配置する問題であり, 代表的なNP困難問題の一つである. また, 素材産業での切出し, 集積回路の設計などの現実の問題と密接に関わりを持つ問題であり, 実用的な近似解法が必要とされている.

本研究では, 中武らによって提案された解表現法 (BSG) [4] と, 我々が提案した効率的な近傍解評価法 [2] にもとづく, 可変近傍探索法を提案する. 提案手法の実用性の検証のため, 様々な問題例に対して計算実験を行い, 従来手法との性能比較を行った.

2 問題の定義

入力として, 長方形集合 $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ が与えられ, 各長方形 $i \in I$ に対し幅 w_i と高さ h_i が与えられる. このとき, "制約条件" を満たし, "目的関数" を最小化するような各長方形 i (の左下隅) の座標 (x_i, y_i) を求める問題を考える. 本研究で扱う目的関数は, 全ての長方形を覆う長方形の面積とし, 制約条件は, 長方形が互いに重ならないこととする. この条件は全ての長方形対 $i, j \in I$ に対して, 以下の4条件の1つ以上が成立することと等価である.

$$\begin{aligned} x_i + w_i \leq x_j, \quad y_i + h_i \leq y_j, \\ x_j + w_j \leq x_i, \quad y_j + h_j \leq y_i. \end{aligned} \tag{1}$$

なお, 文献 [1] では, 上述の問題に配置コストとモードを導入することで, より汎用的な問題を考え, 文献 [4] では, 集積回路設計を念頭においた, より複雑な制約条件や目的関数についての議論がなされている. これらの問題に本研究での提案手法を適用することも興味深い.

3 解の表現方法

本研究では, BSG(Bounded-Sliceline Grid) 表現 [4] を用いて解を表現する. BSG とは, 水平および垂直な2単位長の仕切りが平面を部屋に細分した構造であり, 任意の2つの部屋の間には一意に相対的位置関係が定義される. 図1で網掛けされた部屋に対して, r と記されている部屋は右 (right) にあると定義する. a は上 (above), l は左 (left), b は下 (below) で同様である. なお, この構造は平面全体において定義される

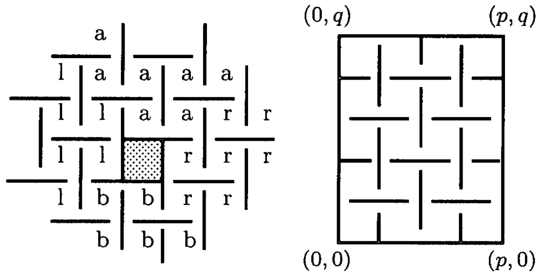

図 1: BSG と $\mathrm{BSG}_{p\times q}$

が, その一部分を切り取ったものを $\mathrm{BSG}_{p\times q}$ と呼ぶ.

次に, $\mathrm{BSG}_{p\times q}$ の各部屋に高々1つの長方形を割当てる. 各長方形対に対して, 部屋の相対位置関係を引き継がせることで, 長方形間の位置関係 (1) が定まる. この条件のもとでの最適な配置は, 水平・垂直制約グラフ (図2を参照のこと) を用いて, $O(pq)$ 時間で計算可能である [4]. ただし, 各枝の長さは対応する部

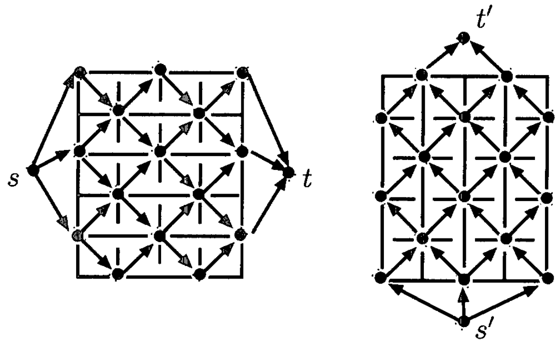

図 2: 水平・垂直制約グラフ

屋に割当てられた長方形の大きさによって定まる (長方形が割当てられていない部屋は枝長 0). 各長方形の座標は s (s') からの最長パスの長さによって定まり, 全体を覆う長方形の幅 (高さ) は, s-t (s'-t') 最長パス長となる.

4 基本アルゴリズム

本研究で提案する手法は局所探索法を軸に構成されている. 局所探索法は, 現在の解 x の近傍 $N(x)$ 内に x より良い解があれば現在の解をそれに置き換える, という操作を可能な限り反復する方法である. 近傍とは, 現在の解に微小な変更を加えることによって得ることのできる解の集合であり, 本研究ではシフト近傍を利用する. シフト近傍は, 一つの長方形を選択し, これを空き部屋に移動する操作によって得られる解の集合であり, 近傍のサイズは $O(npq)$ である.

通常, 局所探索を 1 度行っただけでは, 未探索の領域にさらに良い解が隠れているという危惧が残る. 本研究では, より精度の高い解を求める枠組みとして注目されているメタ戦略の中から, 可変近傍探索法 (Variable Neighborhood Search) [3] を試みている. この手法は, 探索が局所最適解に到達したときに, ランダムな変形を加えた上で局所探索を再開する方法で, 探索の状況に応じて変形の度合いを調整することで, 探索の集中化と多様化をバランス良く行う点に特徴がある.

5 探索の効率化

5.1 近傍の制限

本研究で用いる解の表現方法, 近傍操作の特徴として, 近傍操作において選択された長方形以外の長方形 ($n-1$ 個) の間の相対的位置関係は変化しないことがあげられる. 従って, 水平, 垂直いずれかの方向の最長パスを構成する長方形のみを近傍操作の対象に限定することで, 解の精度を下げることなく探索の効率化を行うことができる.

5.2 解空間の適応的制御

BSG 表現を用いる場合, n, p, q が解空間, 近傍のサイズを規定する. 任意の配置を実現するための p, q に関する必要十分条件は $p, q \geq n$ であるが, 近似解を探索する際には, これより小さい p, q でも十分である [4]. 本研究では, p, q の大きさを探索中に適応的に制御することで, 探索の効率化を図っている.

5.3 近傍解評価の高速化

シフト近傍において, 移動する長方形を決定した場合, 調べる解の個数は $O(pq)$ となる. これらの解をそれぞれ独立に評価すると, 全体で $O(p^2q^2)$ の計算時間が必要となる. しかし, 近傍解は互いに似通った構造を有しており, この性質を利用することで, 解 (一つあたり) の評価を高速に行うことができる場合がある [2]. 本研究では, 以下のアルゴリズムを利用して近傍解の評価を行う. ここでは水平方向のみを考えるが, 垂直方向も同様に計算可能である.

まず, 移動する長方形 (i とする) を取り除いた $n-1$ 個の長方形に対して, 水平制約グラフを構成し, s から各点まで, 各点から t まで, および s-t 間の最長パスを計算する (動的計画法を利用すると, $O(pq)$ 時間で可能である). 次に, 長方形 i を各空き部屋に挿入した解をそれぞれ評価するが, この評価に前述の計算結果を利用することで, s-t 最長パスの長さを, 局所的な計算のみで定数時間で行うことができる.

この手法を用いると, $O(pq)$ 個の解の評価を, 全体の計算時間 $O(pq)$ で行うことができる. すなわち, 解一つあたりの平均計算時間が $O(1)$ となる.

6 計算実験

本研究で提案したアルゴリズムの性能を確認するため, 複数の問題例に対して計算実験を行い, 既存の手法と性能比較を行った. 紙数の都合上, 計算実験結果は発表当日に報告する.

参考文献

[1] S. Imahori, M. Yagiura and T. Ibaraki, "Local search algorithms for the rectangle packing problem with general spatial costs," *Mathematical Programming* 97 (2003) 543–569.

[2] S. Imahori, M. Yagiura and T. Ibaraki, "Improved local search algorithms for the rectangle packing problem with general spatial costs," *European Journal of Operational Research* (to appear).

[3] N. Mladenović and P. Hansen, "Variable neighborhood search," *Computers and Operations Research* 24 (1997) 1097–1100.

[4] S. Nakatake, K. Fujiyoshi, H. Murata and Y. Kajitani, "Module packing based on the BSG-structure and IC layout applications," *IEEE Trans. on Computer Aided Design of Integrated Circuits and Systems* 17 (1998) 519–530.