日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

材料切断問題を伴うスケジューリング問題のGAによる解法

02602635 近畿大学　＊三沢英貴　　MISAWA　Hidetaka
01104055 近畿大学　　金指正和　KANEZASHI　Masakazu

1.　緒言

段ボール箱の生産は典型的な個別受注生産であり、注文毎に展開図のサイズ、印刷内容、注文量等が異なる。段ボール箱製造工程は大きく分けて、板紙製造、印刷、型抜き、組立て、梱包の5工程から成る。各工程のうち、版下取付け・インク交換に時間の掛かる印刷工程がボトルネックとなっている。印刷工程の生産性を向上させる為には、２品種同時印刷を行い、１品種分の加工時間で2品種分の印刷を行う必要がある。しかし、展開図のサイズは品種毎に異なり、同時印刷する品種の組合せにより、板紙（原紙）ロスが大きく変化する。段取替時間と原紙ロスは2品種同時印刷において、組み合わせる品種の特性により、互いにトレード・オフの関係を有する場合もある。

従って、印刷工程の生産性を上げる為には、段取替時間の最小化を目的とするスケジューリング問題とロス最小化を目的とする材料切断問題を同時に解かなければならない。本研究は、この問題を多目的組合最適化問題として定式化し、多目的遺伝的アルゴリズム（Multi-Objective Genetic Algorithms）を用いて効率的にパレート最適解集合を求める方法を提案した。

2.　モデルの概要

高さ（H）、幅（W）、奥行き（D）の段ボール箱が注文された時、その展開図寸法は、縦(2(W+D))×横(H+W)となる。ダンボールの生産は通常、板紙製造から行われるが、板紙の寸法は印刷工程のスケジュールにより決定される。印刷用ローラーの横幅は十分に大きいため、2品種の版下を同時に取り付けることが可能である。この時、各版下は２人の作業者によって取り付けられるので、版下取り付けの段取替時間はその大きい方だけ必要となる。ローラーが一回転すると、一枚の板紙から同時に印刷された2品種が一枚ずつ取れる。2品種を同時印刷することで、1品種分の印刷時間で2品種分の印刷を行うことが可能である。しかし、ロスの値はどの品種とどの品種を組合せるかによって大きく変化する。つまり、印刷工程には総加工完了時間（メイクスパン）最小化問題と総ロス最小化問題（板取あるいは材料切断問題[1]）が同時に存在する。

3.　定式化

3.1　記号の定義

d_i ：品種 i の注文量（i=1, 2, ･･･, m）

r ：印刷用ローラーの横幅（一定）

a_i ：品種 i の縦寸法（展開図の２(W+D)）

b_i ：品種 i の横寸法（展開図の(H+W)）

SP_{ij} ：品種 i, j の同時印刷に必要な板紙面積（㎡/枚）

l_{ij} ：品種 i, j の同時印刷時の板紙一枚当たりのロス(㎡)

L_{ij} ：品種 i, j の同時印刷時のロス（㎡）

s_i ：品種 i の段取替（版下セット）時間（秒）

p ：ローラーの回転速度（一定）

x_{ij} ：品種 i, j を同時印刷する場合 1、しない場合 0

t_{ij} ：品種 i, j の同時印刷に必要な時間

T ：総加工完了時間（メイクスパン）

L ：総ロス

3.2　定式化

<目的関数>

[評価基準Ⅰ ･･･ 総ロス]

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} L_{ij} x_{ij} \ \text{最小化} \tag{1}$$

$$L_{ij} = \min(d_i, d_j) \times l_{ij} \tag{2}$$

$$l_{ij} = SP_{ij} - (a_i b_i + a_j b_j) \tag{3}$$

$$SP_{ij} = \max(a_i, a_j) \times r \tag{4}$$

[評価基準Ⅱ ･･･ 総加工完了時間]

$$T = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} t_{ij} x_{ij} \ \rightarrow \text{最小化} \tag{5}$$

$$t_{ij} = \max(s_i, s_j) + p \times \min(d_i, d_j) \tag{6}$$

<制約条件>

$$\sum_{j=1}^{m} \min(d_i, d_j) x_{ij} = d_i \ \ (i = 1, 2, \cdots m) \tag{7}$$

$$\text{if } d_i \geq d_j \text{ and } x_{ij} = 1 \text{ then } \sum_{k=1}^{m} x_{jk} = 0 \tag{8}$$

$$x_{ij} \in (0,1) \ \ (i, j = 1, 2, \cdots, m) \tag{9}$$

4.　多目的GAによる解法

定式化された問題は多目的組合せ最適化問題であり、(9)式の(0, 1)決定変数の組合せは2^{m^2}通り存在し、品種数が大きいと実用的な時間内で解を得ることは難しい。また、一般には、多目的最適化に対しては、各目的に重みパラメータを配した単一の評価関数を用いて最適化が実現されるため、得られた解のパレ

ート最適性を考慮することができない。本論文では、探索過程において解候補となる多数の固体を生成するというGAの特徴を活かして、複数のパレート最適解候補を効率的に得ることのできる多目的GA[2]を用いた解法を提案する。

4.1 多目的GAの手順

i 初期の全体集団(世代人口 = popsize0)を発生させる。

ii 全体集団内の全個体の適応度関数F_1, F_2を計算する。すなわち、すべての個体は二つの適応度を持つ。

iii 全体集団より適応度関数F_1に基づいて集団の大きさaの部分個体群1とF_2に基づいて集団の大きさbの部分個体群2を生成する。生成された2つの部分個体群を混合し、大きさ$a+b$ (=popsize0) の全体集団を生成する。

iv 手順iiiで生成された全体集団に対して交差・突然変異等の遺伝的操作を適用する。

v 予め決められた世代まで、手順i～ivを繰り返す。

4.2 GAの諸設定

4.2.1 個体の表現

個体は品種番号をランダムに並べたもので表現される。

個体 P = | 1 2 4 5 3 6 |

個体Pは左から2つずつのペア(1,2),(4,5),(3,6)の順番で同時印刷することを表しており、$x_{12}=x_{45}=x_{36}=1$である。一度同時印刷を行うと、ペアとなった2品種のうち注文量の少ない品種は作業終了となり、個体から削除される。従って、その後のスケジュールも自動的に決定される。

4.2.2 適応度関数

本研究の目的関数は総加工時間T、総ロスLの二つである。どちらも最小化であるから、二つの適応度関数は総加工時間T、総ロスLの逆数とする。(γ :スケーリング係数)

[適応度関数I]

$$F_1=\gamma/T \tag{10}$$

[適応度関数II]

$$F_2=\gamma/L \tag{11}$$

4.2.3 適応度計算

個体Pと表1の生産情報を例として、適応度の計算方法を示す。原紙の横幅、ローラーの回転速度は3m、1秒と仮定する。

表1 生産情報

品種	1	2	3	4	5	6
注文量(箱)	400	300	200	400	300	200
段取替時間(秒)	540	360	420	540	360	420
展開図の縦(㎡)	2.0	1.7	1.4	1.4	1.4	1.1
展開図の横(㎡)	1.5	1.5	1.2	1.2	1.2	1.2

個体Pが表している3ペアの各ロスは(2)式より、135 ㎡、252 ㎡、240 ㎡と計算でき、Lの値は(1)式より627 ㎡である。3ペアの加工完了時間は(6)式より、840秒、840秒、620秒と計算でき、Tの値は(5)式より、2300秒である。まだ(7)式を満たしていない品種1と4の残り注文量は各100枚である。ペア(1,4)に対して同時印刷加工を行い作業終了となる。ペア(1,4)のロスは(2)～(4)式から132 ㎡、加工完了時間は(6)式より、640秒と計算できる。従って、TとLの値は2940秒、759 ㎡となる。

2つの適応度は、$F_1=\gamma/2940$、$F_2=\gamma/759$と求められる。

4.2.4 選択・淘汰・遺伝的操作

選択・淘汰には、4.1節の手順iiiにおける2つの部分個体群生成の判断基準としてルーレット戦略を用い、各世代の全パレート最適解をエリートと考え、次世代に残すエリート保存戦略を用いた。交叉には一様交叉[3]を用いたが、既に選択・淘汰の処理が施された全体集団へ適用するため、親の選択方法はランダムである。また、突然変異には転座[3]を用いた。

5. 数値実験

品種数20の問題に対して、提案法を適用した。

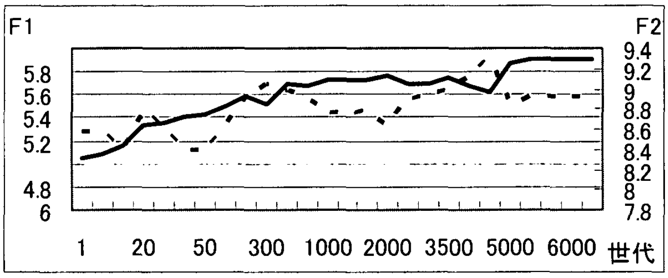

図1 数値実験結果(実線: F_1、点線F_2)

図1は各世代のパレート最適解の両適応度平均の推移を表している。500世代の間、新たなパレート最適解が出なかった為、5200世代で収束とした。表2へ得られたパレート最適解を示す。

表2 パレート最適解

解	1	2	3	4	5	6	7	8
f_1	16385	16460	16630	17015	17025	17070	17125	17605
f_2	12606	12426	12066	11616	11256	11256	9756	9516

ここで、f_1は総加工完了時間、f_2は総ロスを表している。

6. 結言

段ボール箱製造スケジューリング問題は多目的組合最適化問題として定式化できる。総加工完了時間時間最小化および原紙ロス最小化の二つの評価関数に対するパレート最適解集合を効率的に求めるために、探索過程において多数のパレート最適解候補となる個体を生成できる遺伝的アルゴリズムの特徴を活かした多目的遺伝的アルゴリズムを用いた解法を提案した。

参考文献

[1] P.C.Gilmore and R.E.Gomory, "Multistage Cutting Stock Problems of Two or More Dimensions" ,*Oper. Res*, 13,pp.94-120 (1965)

[2] 北野宏明:「遺伝的アルゴリズム2」, 産業図書 (1995)

[3] M.Gen , R.Chang, "Genetic Algorithms & Engineering Design", John Wiley & Sons, Inc. (1997)