日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

戦略選択における主観的動機を考慮したクールノー寡占モデルの分析

02502644 関西大学 ＊古山 滋人 FURUYAMA Shigehito
01401144 関西大学 中井 暉久 NAKAI Teruhisa

1. はじめに

非協力ゲームにおけるナッシュ均衡の概念は、経済学を中心に様々な分野で利用されている。ナッシュ均衡とは、全プレイヤーが自己利得の最大化を目指して到達する均衡のことである。このナッシュ均衡を実現するにはナッシュ均衡戦略をとる必要があるが、現実にはプレイヤーは、必ずしもナッシュ均衡戦略をとらないことが人間を対象にしたゲーム実験などにより報告されている。つまりプレイヤーは自己利得の最大化のみを目指しているわけではないということである。そこでプレイヤーがナッシュ均衡戦略以外の戦略をとった場合、プレイヤーのその行動を合理的に説明する概念が必要になってくる。Nakai[1]は、プレイヤーの戦略選択における動機に注目し、そのような動機を動機分布の形で理論に組み込んだモデルを提唱した。その中で上述のような問題のひとつの解決策として主観的ナッシュ均衡戦略を定義し、プレイヤーの行動を合理的に説明している。

ところでプレイヤーが企業であっても、自己利得の最大化以外の動機を企業が持つことは十分に考えられる。例えば新規参入問題において参入企業は、既存企業に対抗するために競争的な動機や、既存企業との相乗効果を狙った協力的な動機を持つかもしれない。また既存企業は、参入企業を阻止するために攻撃的な動機を持つかもしれない。そこで本研究では、Nakai[1]のモデルを用いて、戦略選択における主観的動機を考慮したクールノー寡占モデルの分析を行い、動機の変化による均衡生産量の変化を考察する。

2. クールノー寡占モデル

同一商品を生産する n 個の企業(プレイヤー)を考える。

q_i ：プレイヤー i の生産量　$q_i \ge 0$　$i = 1,\cdots,n$

$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ ：市場の総供給量

$P(Q)$ ：市場価格

$$P(Q) = \begin{cases} a - Q & if\ Q \le a \\ 0 & if\ Q \ge a \end{cases} \tag{1}$$

ただし、$a(\ge 0)$ は潜在需要

c_i ：プレイヤー i の単位量当りの生産費用

$\pi_i(q_1,\cdots,q_n)$ ：プレイヤー $1,\cdots,n$ がそれぞれ $q_1,\cdots,q_n$ だけ生産した時のプレイヤー i の利得

$$\pi_i(q_1,\cdots,q_n) = \{P(Q) - c_i\} q_i = \begin{cases} (a - Q - c_i) q_i & if\ Q \le a \\ -c_i q_i & if\ Q \ge a \end{cases} \tag{2}$$

3. 戦略選択における主観的動機の導入

戦略選択における動機として、次の4種類を考える。$m_k\ (k = 1,\cdots,4)$ ：動機の種類

m_1 ：利己的動機（自己利得の最大化）

m_2 ：協同的動機（全員の平均利得の最大化）

m_3 ：競争的動機（自己利得から他者の平均利得を引いた差の最大化）

m_4 ：攻撃的動機（他者の平均利得の最小化）

今、あるプレイヤー (P) を考える。
プレイヤー P が思っているプレイヤー i の動機分布を

$$\theta^i = \langle \theta_1^i, \theta_2^i, \theta_3^i, \theta_4^i \rangle \tag{3}$$

ただし、$\theta_k^i \ge 0\ (k = 1,\cdots,4)$　、$\sum_{k=1}^{4} \theta_k^i = 1$

とする。

$$\theta_k^i = \Pr\left\{\begin{array}{l}\text{プレイヤー}i\text{が動機}m_k\text{に従っていると}\\ \text{プレイヤー}P\text{が思っている}\end{array}\right\} \quad (4)$$

プレイヤーPが思っているプレイヤーiの主観的動機を考慮した利得関数は、プレイヤーiの動機分布がθ^iで、プレイヤー$1,\cdots,n$がそれぞれ$q_1,\cdots,q_n$だけ生産したときの期待利得によって表されるので

$$\pi_i^P\left(q_1,\cdots,q_n\middle|\theta^i\right)$$
$$=\theta_1^i\pi_i+\theta_2^i\frac{1}{n}\sum_{j=1}^n\pi_j+\theta_3^i\left(\pi_i-\frac{1}{n-1}\sum_{j\neq i}\pi_j\right)+\theta_4^i\left(-\frac{1}{n-1}\sum_{j\neq i}\pi_j\right)$$
$$=\begin{cases}-\left(A_i+B_i\right)q_i^2+\left\{\left(A_i+B_i\right)\left(a-c_i\right)-\left(A_i+2B_i\right)Q_{-i}\right\}q_i \\ \quad +B_i\left(aQ_{-i}-Q_{-i}^2-\sum_{j\neq i}c_jq_j\right) & if \quad Q\le a \\ -\left(A_i+B_i\right)c_iq_i-B_i\sum_{j\neq i}c_jq_j & if \quad Q\ge a\end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{\partial\pi_i^P}{\partial q_i}=\begin{cases}-2\left(A_i+B_i\right)q_i+\left(A_i+B_i\right)\left(a-c_i\right)-\left(A_i+2B_i\right)Q_{-i} & if \quad Q\le a \\ -\left(A_i+B_i\right)c_i & if \quad Q\ge a\end{cases} \quad (6)$$

$$A_i=\theta_1^i+\theta_3^i+\frac{\theta_3^i+\theta_4^i}{n-1} \qquad B_i=\frac{\theta_2^i}{n}-\frac{\theta_3^i+\theta_4^i}{n-1} \quad (7)$$

$$Q_{-i}=q_1+\cdots+q_{i-1}+q_{i+1}+\cdots+q_n \quad (8)$$

(7)式より$A_i+B_i=\theta_1^i+\theta_3^i+\theta_2^i/n\ge 0$なので、

$$A_i+B_i\left\{\begin{array}{c}=\\>\end{array}\right\}0\Leftrightarrow\theta_4^i\left\{\begin{array}{c}=\\ \neq\end{array}\right\}1 \quad (9)$$

4. 主観的ナッシュ均衡

$A_i+B_i>0\left(\theta_4^i\neq 1\right)$かつ$Q\le a$のとき、

$$\left(A_i+B_i\right)\left(a-c_i\right)-\left(A_i+2B_i\right)Q_{-i}\left(\equiv X\right)>0 \quad (10)$$

を仮定すると、$\partial\pi_i^P/\partial q_i=0$より

$$q_i=\frac{\left(A_i+B_i\right)\left(a-c_i\right)-\left(A_i+2B_i\right)Q_{-i}}{2\left(A_i+B_i\right)} \quad (11)$$

$A_i\neq 0$として

$$q_i=\frac{\left(A_i+B_i\right)\left(a-c_i\right)-\left(A_i+2B_i\right)Q}{A_i} \quad (12)$$

(12)式のΣをとり、Qについて解くと

$$Q=\frac{\sum_{j=1}^n K_j\left(a-c_j\right)}{1+\sum_{j=1}^n\left(2K_j-1\right)} \quad (13)$$

$$K_i=1+\frac{B_i}{A_i}=\frac{n(n-1)\theta_1^i+(n-1)\theta_2^i+n(n-1)\theta_3^i}{n(n-1)\theta_1^i+n^2\theta_3^i+n\theta_4^i} \quad (14)$$

(13)式を(12)式に代入して

$$q_i=K_i\left(a-c_i\right)-\frac{2K_i-1}{1+\sum_{j=1}^n\left(2K_j-1\right)}\sum_{j=1}^n K_j\left(a-c_j\right)\equiv\hat{q}_i \quad (15)$$

ここで、プレイヤーPが思っている全プレイヤーのナッシュ均衡を$q_1^*,\cdots,q_n^*$、また$Q^*=q_1^*+\cdots+q_n^*$とする。q_i^*が$\max_{q_i\ge 0}\pi_i^P\left(q_1^*,\cdots,q_{i-1}^*,q_i,q_{i+1}^*,\cdots,q_n^*\middle|\theta^i\right)$の解になるので、

$$q_i^*=\begin{cases}0 & if \quad X\le 0 \\ \hat{q}_i & if \quad X>0 \ and \ \hat{q}_i\le a-Q_{-i}^* \\ a-Q_{-i}^* & if \quad \hat{q}_i\ge a-Q_{-i}^*\end{cases} \quad (16)$$

ただし、$\theta_2^i\neq 1$, $\theta_4^i\neq 1$の場合のみ

以上より、次の定理を得る。

定理1． $\theta_2^i\neq 1$, $\theta_4^i\neq 1$とする。

$$K_i=\frac{n(n-1)\theta_1^i+(n-1)\theta_2^i+n(n-1)\theta_3^i}{n(n-1)\theta_1^i+n^2\theta_3^i+n\theta_4^i}$$
$$X=\left(A_i+B_i\right)\left(a-c_i\right)-\left(A_i+2B_i\right)Q_{-i}$$

とおくと、$X>0$かつ

$$\frac{\sum_{j=1}^n K_j\left(a-c_j\right)}{1+\sum_{j=1}^n\left(2K_j-1\right)}\le a \quad (17)$$

ならば、$q^*=\left(q_1^*,\cdots,q_n^*\right)$ ただし

$$q_i^*=K_i\left(a-c_i\right)-\frac{2K_i-1}{1+\sum_{j=1}^n\left(2K_j-1\right)}\sum_{j=1}^n K_j\left(a-c_j\right) \quad (18)$$

は、プレイヤーPの主観的ゲームにおけるナッシュ均衡点である。つまり、プレイヤーPの主観的ナッシュ均衡点である。プレイヤーPの主観的ナッシュ均衡戦略はq_P^*である。

（注）動機の変化に対する均衡生産量の変化については、当日数値例で紹介する。

参考文献

[1] Teruhisa NAKAI,"Subjective games in a non-cooperative game", Journal of Information & Optimization Sciences, Vol.21, No.1(2000), pp.129-147