セルラ方式移動通信網における発呼間隔の依存性にユーザ行動が与える影響について

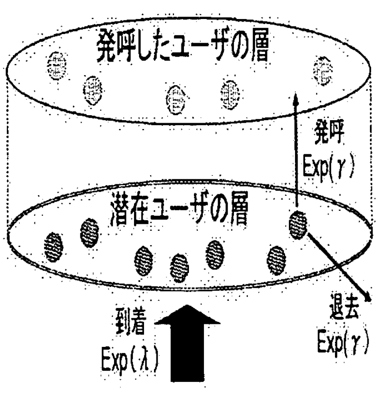
01110600　電気通信大学大学院　加藤 憲一　Ken'ichi KATOU

1. はじめに

移動通信のようにサービス領域をいくつかのセルに分割してセル毎にサービスを行う通信システムの性能評価では, 一つのセルにおけるユーザの新規発呼としてポアソン過程などの短期依存性を持つプロセスを設定することが多い. 本研究では, サービス領域全体はポアソン到着を持つが, 到着から発呼にいたるまでにユーザがセル間を移動したり, 発呼せずに離脱することを考慮したモデルを構築し, 発呼過程がポアソン過程に対しどの程度の乖離が生じるかを検証する.

2. 単一セルにおける発呼過程

指数発呼モデル：システム全体が一つのセルで覆われているものとする. ユーザはシステム(＝セル)に強度 λ のポアソン到着をし, ユーザのシステム内滞在時間は率 μ の指数分布, ユーザが発呼するまでの時間は率 γ の指数分布に従うものとする. システム内滞在時間が発呼するまでの時間より短ければユーザは発呼しないままシステムを退去する. 一人のユーザは一度だけ発呼する. ここで発呼をしていないがシステムには滞在しているユーザを潜在ユーザと呼ぶことにする. また時刻 0 でシステムは空であるとし, ある時刻 t までに発呼した人数を累積発呼人数と呼び, $N_c(t)$ で表す. 計数過程 $\{N_c(t); t \geq 0\}$ を発呼過程と呼ぶことにする.



発呼分布：システムに到着した客は率 $\mu+\gamma$ の指数分布に従う時間だけ滞在した後, 確率 $q_c = \gamma/(\mu+\gamma)$ で発呼し, 確率 $1-q_c$ でシステムから退去する. 従って発呼しないまま退去するユーザをあらかじめ除外すると, 指数発呼モデルの発呼過程は強度 $q_c\lambda$ のポアソン到着を持ち, サービス時間が率 $\mu+\gamma$ の指数分布に従う M/M/∞ 待ち行列の退去過程と一致することがわかる. またユーザがポアソン到着を持つことを利用すると以下の性質が示される.

(*) 時刻 t までに k 人の客が到着しているとする. 時刻 t で個々のユーザが発呼している確率は k とは無関係に客毎に独立で同一となる.

この発呼確率 $p(t)$ は, 発呼しないまま退去するユーザをあらかじめ除外すると

$$p(t) = 1 - \frac{1}{(\mu+\gamma)t}\left\{1 - e^{-(\mu+\gamma)t}\right\}$$

となり, 時刻 t での累積発呼人数の確率母関数は

$$\begin{aligned} E[z^{N_c(t)}] &= \sum_{n=0}^{\infty}[zp(t)]^n \times e^{-\lambda t}\frac{(q_c\lambda t)^n}{n!} \\ &= e^{q_c p(t)\lambda t(z-1)} \end{aligned}$$

となるので

$$P(N_c(t)=n) = e^{-q_c p(t)\lambda t}\frac{[q_c p(t)\lambda t]^n}{n!},\ n = 0, 1, \cdots$$

を得る. 即ち時刻 t における累積発呼人数は平均 $q_c p(t)\lambda t$ のポアソン分布に従うことがわかる.

発呼の近似過程：ある時点で発呼される率はその時点での潜在ユーザ人口を n とすると $n\gamma$ となる. 潜在ユーザ人口は, 到着率が λ, サービス率が $\mu+\gamma$ の M/M/∞ 待ち行列の系内数と考えることもでき, 定常状態での平均は $\overline{N}_p = \lambda/(\mu+\gamma)$ となる. そこで $\overline{N}_p$ が十分大きいときには, 潜在ユーザ人口によって変化

する発呼の率を $\overline{N}_p\gamma$ で一定と考えることにより, 強度 $\gamma\overline{N}_p$ のポアソン過程を発呼の近似過程として提案できる.

いくつかの $\overline{N}_p$ に対して数値実験を行い, 発呼間隔の平均, 分散および標本相関係数などを計測したところ, 発呼間隔の依存性は $\overline{N}_p$ の大小によらず小さく, 発呼過程は上記のポアソン過程によってかなりよく近似されることが確認された.

一般分布への拡張：ユーザがシステムに到着してから発呼および退去するまでの時間がそれぞれ一般分布 F_s, F_c に従うとする. このときユーザが退去する前に発呼する確率は

$$q_c = \int_0^\infty F_c(u)F_s(du)$$

となる. ユーザ発呼するという条件の下での発呼時間分布は

$$\tilde{F}(t) = q_c^{-1}\left[\int_0^t F_c(u)F_s(du) + F_c(t)\int_t^\infty F_s(du)\right]$$

となる. システムへユーザはポアソン到着をするので, 性質 $(*)$ はいぜん満たされており

$$p(t) = \frac{1}{t}\int_0^t \tilde{F}(t-s)ds$$

で与えられる. よってこのモデルにおいても時刻 t における累積発呼人数は平均 $q_c p(t)\lambda t$ のポアソン分布に従うことがわかる.

3. 複数セルにおける発呼過程

領域が複数のセルに分割され, 潜在的ユーザがセル間を移動するようなモデルにおいても, 条件 $(*)$ を満たす, 即ちある時点においてユーザが発呼しているかどうかが他のユーザの行動に影響されずに同じ確率で決まる場合には, 単一セルの場合と同様に扱うことができる. この条件を満たすためには, ユーザはシステムへポアソン到着をすることと, 移動, 発呼に関してユーザ共通の確率的規則に従う必要がある. 要求を満たす移動, 発呼の規則には以下のようなものが挙げられる.

- ユーザはセル i に一般分布 F_i に従う時間滞在し, 確率 p_{ij} でセル j に移動する. システムに到着してから発呼するまでの時間は一般分布に従う
- K 種類の行動規則があり, システムに到着したユーザはそのなかから確率 p_k で k 番目の規則に従って移動, 発呼を行う

システム内の J 個のセルに対し, あるユーザがセル $j\ (=1,2,\cdots,J)$ で時刻 t までに発呼を行った確率を $p_j(t)$ とおくと時刻 t における同時累積発呼人数はポアソン分布の積

$$P(N_1(t)=n_1,\cdots,N_J(t)=n_J) = \prod_{j=1}^J e^{-p_j(t)\lambda t}\frac{(p_j(t)\lambda t)^{n_j}}{n_j!}$$

に従うことがわかる.

4. 非呼損系における指数減衰率条件

移動体基地局は通常呼損系であるが, ここでは発呼過程の短期依存性を考察するため, 時刻 t における累積発呼人数が平均 $f(t)$ のポアソン分布となるような到着過程 $\{N(t)\}$, サービス率 μ を持つ G/M/1 待ち行列を考える. 到着過程の極限対数ラプラス-スティルチェス変換 (ALLST)

$$\phi(a) = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\log E[e^{aN(t)}] = (e^{-a}-1)\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t}$$

が存在するとき方程式 $\phi(a)+\mu(e^a-1)=0$ の負の解 a^* によって人数定常分布は指数的に減衰する裾

$$P(Q_\infty = n) \approx e^{a^*}$$

を持つことが示される. 従って $f(t)/t$ が $t\to\infty$ で正の定数に収束することが待ち行列の人数定常分布が指数減衰的な裾を持つことの十分条件となる. 指数発呼モデルでは $f(t) = q_c p(t)\lambda t \to \lambda\gamma/(\mu+\gamma)$ であるからこの条件を満たす. この場合の ALLST は近似されたポアソン到着のそれと一致する. 一方, 発呼および滞在時間がともに指数関数的な裾を持たない分布ではこの条件が満たされず, 人数定常分布もまた指数的には減衰しないことが予想される. このように, 発呼過程とポアソン過程のずれは, 発呼までの時間やセル内滞在時間などのユーザ行動によって左右されることが明らかになった.