輸送費用と生産制約に関する費用の和を最小化する組立ライン決定問題

01103173　トヨタ自動車（株）　＊小谷重徳　KOTANI Shigenori
01002633　名古屋工業大学　大野勝久　OHNO Katsuhisa
名古屋工業大学　伊藤崇博　ITO Takahiro

1.　はじめに

最近の自動車市場は景気低迷やデフレ経済の影響で市場全体としては前年を割り込んでいるが，他の商品と同様に低価格志向が進み，コンパクト市場は大幅に伸びている．そのため各社がこのコンパクト市場に新製品を積極的に投入し，競争が一段と厳しくなっている．本論文はトヨタ自動車（株）での車両の生産計画問題を取り上げ，一般的な問題として定式化し，問題の特徴を利用することによって効率的に最適解が求められることを示す．

毎月向こう３ケ月間の車両の生産計画が作成されるが，これを月度生産計画という（[1]）．月度生産計画は生産ラインや設備の稼動計画，要員の確保，さらには材料や外注部品の手配などに利用される．すなわち，月単位の工場の生産の準備をするためであり，来月以降の車両の販売台数やどのような仕様の車が何台売れるかを予測することによって，当月の３旬に月度生産計画は立案される．

販売店からの車両の注文はほぼ週単位に行われる．販売店から１週間分の注文を受けると，車名単位の週間生産計画が作られる．複数の組立ラインで生産される車両は，車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画が作成される．その後，組立ライン別の週間生産計画から車両を生産するための日程計画が作られる．作成された日程計画からオーダーされた車両がいつ生産され，販売店への納車日がいつになるかが販売店に連絡される．販売店は生産日の 4 日前まではオーダーした車両の仕様を変更することができ，需要の変動に柔軟に対応できるようになっている．

本論文で取り上げる問題は，複数の組立ラインで生産されている車両の車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作るときの問題である．車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作るときに考慮すべきことが2つある．１つは組立ラインで生産された車両は日本の各地の販売店に輸送されるので，輸送費用が最小になるように販売店からのオーダーを組立ラインに割り当てることである．もう１つは生産制約で，組立ラインの月度生産計画と販売店のオーダーから作られる組立ラインの週間生産計画との差をできるだけ少なくすることである．これはオーダーで作られた週間生産計画の車両を実際に生産をするとき，月度生産計画に基づいて手配したものとの差が少ないほど工場や仕入先の生産や運搬がスムーズになるからである．すなわち，生産の構えとして準備している，人，設備，運搬具，材料，部品，かんばん枚数（[2]）などの変更が少なければ少ないほど望ましいということである．通常はこの２つの生産計画の日当たりの生産台数は同じにするが，車両個々の仕様やその台数において違いが生じることになる．２つの生産計画を比較するには，あらかじめ決められたボデータイプやエンジンなどの車の基本仕様の数の差で比較する．２つの生産計画の基本仕様の数の差を乖離と呼び，いくつかの基本仕様の乖離がある範囲で収まるように，車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作る必要がある．以上の２つの目標をできるだけ満足するように，組立ライン別の週間生産計画を作ることが今回の問題である．

2.　組立ライン決定問題の定式化

販売店からは車の仕様とその台数がセットで注文される．異なる販売店からも同一の仕様の車も注文されるが，ここでは販売店が異なる場合は仕様も異なるとして考える．この注文された車の仕様をオーダー仕様とよび，j で表す．また，月度生産計画と週間生産計画の乖離をある範囲に抑えたい，ボデータイプやエンジンなどの車両の基本仕様を制約項目とよび，r で表す．制約項目 r を仕様としてもつオーダー仕様 j の集合を C_r と表す．たとえば，制約項目 r をセダンとすると，C_r はセダンという仕様をもつオーダー仕様 j の集合である．制約項目 r の乖離はある上下限の範囲に抑えておきたいが，制約項目 r の上下限の生産台数を少し緩めると輸送費用が大きく下がる場合があり，このような場合は乖離の制限を少し緩め，車両の輸送費を削減することを考えた方が実際的である．生産制約の上限や下限の制約は絶対的なものでなく，たとえば人や残業を増やすと生産の上限がアップする．したがって，生産制約の上限や下限は輸送費用が下がるという効果との兼ね合いで決めた方が望ましい．そこで，制約項目の乖離を乖離の大きさに応じた費用に置き換え，輸送費用と乖離の費用の和を最小にする問題として定式化する．組立ライン i への制約項目 r の望ましい割り当て台数 M_{ir} を次のように計算する．

$M_{ir} = \sum_{j \in C_r} K_j (N_{ir} / \sum_{i=1}^{n_I} N_{ir})$

ここで，K_j ：オーダー仕様 j の販売店からの注文数

N_{ir} ：月度生産計画における組立ライン i の制約項目 r の台数

である．そこで，望ましい割り当て台数 M_{ir} の 70%まではできるだけ割り当てし，それ以降はある範囲ごとにより高い乖離費用がかかるように設定する．すなわち，ある制約項目 r の望ましい割り当て台数 M_{ir} の 70%までの台当たりの費用を $c(1)$，70%を超えて110%までを $c(2)$，同様に $c(3), c(4)$，・・・と定義する．このとき，

$$c(1) < c(2) < c(3) < c(4) < \cdots$$

とし，望ましい割り当て台数との乖離が大きくなればなるほど大きな費用がかかるようにする．今，オーダー仕様 j の注文数 K_j のうち組立ライン i への割り当て台数（整数）を x_{ij} とすると，制約項目 r の組立ライン i への割り当て台数 y_{ir} は，

$$y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}$$

となる．また，組立ライン i の制約項目 r に関する乖離費用は，下記のような凸区分線形関数 $f_{ir}(y_{ir})$ で表現できるが，詳しくは省略する．

$$M_{ir}(\mu - 1) < y_{ir} \le M_{ir}(\mu), \mu = 1,2,\ldots,5 \quad \text{に対し，}$$
$$f_{ir}(y_{ir}) = \sum_{k=0}^{\mu-1} c(k)\{M_{ir}(k) - M_{ir}(k-1)\} + c(\mu)\{y_{ir} - M_{ir}(\mu - 1)\}$$

ここで，$c(k), M_{ir}(k)$ は定数である．以上の議論から組立ライン決定問題は，T_{ij} と N_i をそれぞれ，組立ライン i からオーダー仕様 j を注文した販売店までの台当りの輸送費と組立ライン i の月度生産計画台数とすると，次のような解に整数条件が付いた可分計画問題になる．

問題P：　最小化

$$\sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(y_{ir})$$

制約条件

$$y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,n_I; r = 1,2,\ldots,n_R$$
$$\sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i, \quad i = 1,2,\ldots,n_I$$
$$\sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j, \quad j = 1,2,\ldots,n_J$$

x_{ij} ：0以上の整数

$$i = 1,2,\ldots,n_I; j = 1,2,\ldots,n_J$$

3.　組立ライン決定問題の解法

問題Pから変数 y_{ir} を消去すると，

問題P*：　最小化

$$\sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(\sum_{j \in C_r} x_{ij})$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i, \quad i = 1,2,\ldots,n_I$$
$$\sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j, \quad j = 1,2,\ldots,n_J$$

x_{ij} ：0以上の整数

$$i = 1,2,\ldots,n_I; j = 1,2,\ldots,n_J$$

となる．したがって，組立ライン決定問題Pは，目的関数がいくつかの変数の和の凸区分線形関数をもち，かつ解に整数条件が付いたヒッチコック型輸送問題とみなすことができる．1つの変数が凸区分線形関数であるヒッチコック型輸送問題は最適解が整数になり，効率的な解法がよく知られているが，いくつかの変数の和の凸区分線形関数をもつ組立ライン決定問題Pに対する効率的な解法はまだ開発されていない．そこで，問題の特徴を利用した解法を考える．問題Pの整数条件を緩和した問題を緩和問題Pとすると，制約項目の集合に関して次の定理が成立する．

「定理1」 緩和問題Pの任意の2つの制約項目 r_1, r_2 に関する集合 C_{r_1}, C_{r_2} において，

$$C_{r_1} \cap C_{r_2} = \phi$$

を満足するときは，緩和問題Pの最適解は整数である．

「定理2」 緩和問題Pの任意の2つの制約項目 r_1, r_2 に関する集合 C_{r_1}, C_{r_2} に対して，

$C_{r_1} \cap C_{r_2} = \phi$ か，または $C_{r_1} \cap C_{r_2} \neq \phi$ のときは $C_{r_1} \supseteq C_{r_2}$ か $C_{r_1} \subseteq C_{r_2}$ かのどちらかである場合は，緩和問題Pの最適解は整数である．

2つの定理の証明にはいくつかの方法がある．以上のように制約項目の集合がある条件を満足するときは緩和問題Pは整数解をもつが，一般には実数解となる．しかし，緩和問題Pは非常に整数解をもちやすく，実際問題の解は整数となる．

4.　おわりに

スペースの関係で組立ライン決定問題の特性やその解法については結論のみ述べたが，この点に関して当日詳しく報告する．

参考文献

[1]小谷重徳：生産管理システム，オペレーションズ・リサーチ，第42巻2号(1997)，pp.66-71

[2]小谷重徳：かんばん方式の数理，オペレーションズ・リサーチ，第32巻11号(1987)，pp.730-738

[3]伊理正夫，古林隆：ネットワーク理論．（日科技連，1976）

[4]Alexander Schrijver : Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley & Sons, (1986)

[5]R.K.Ahuja, T.L.Magnanti and J.B.Orlin : Network Flows - Theory, Algorithms and Applications, Prentice-Hall, (1993)