2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

2種類の点検をもつ最適定期点検方策

02602443　愛知工業大学大学院　*水谷聡志　MIZUTANI Satoshi
01400043　愛知工業大学　中川覃夫　NAKAGAWA Toshio

1　はじめに

本研究では，故障を確率 p で検出可能な Type-1 点検と，全ての故障を検出可能な Type-2 点検を考える．Type-1 点検を 1 回実施する費用は，Type-2 点検を 1 回実施する費用よりも小さいとし，システムに対して，Type-1 点検を n 回実施するごとに Type-2 点検を実施すると仮定する．具体的には，電子制御装置などの自己診断と外部からテスタなどを用いた点検や，航空機などの日常点検と大がかりな整備点検がある [1]．複数の点検や取替方策をもつモデルとして，貯蔵品の部分によって異なる方策を実施する研究 [2] がある．

このようなモデルに対して，信頼性理論の点検方策 [3] を応用し，故障検出までの期待時間と期待費用，単位時間当たりの総期待費用を導出し，それを最小にする最適点検回数 n^* について議論する．

2　モデル化

システムに一定時間間隔 T で Type-1 点検を実施する．故障が発生したとき，確率 p で Type-1 点検は，その故障を検出できる．Type-1 点検を n 回実施するごとに Type-2 点検を実施する．Type-2 点検では全ての故障を検出することが可能である．システムの故障時間分布は有限な平均 $1/\lambda$ をもつ $F(t)$ $(t \geq 0)$ に従い，$\overline{F}(t) \equiv 1 - F(t)$ とする．ここで，c_{i1} =Type-1 点検を 1 回実施する費用，c_{i2} =Type-2 点検を 1 回実施する費用 $(c_{i2} > c_{i1})$，c_d = 故障の発生から検出までの時間にかかる単位時間当たりの損失費用とする．

図 1 は時刻 0 におけるシステムの動作開始から，故障検出までの過程を示している．横軸を時間の推移を表すとするとき，上図は，時刻 t $(knT + jT < t \leq knT + (j+1)T)$ $(k, j = 0, 1, 2, \dots)$ でシステムが故障したとき，その故障が確率 p で時刻 $knT + (j+1)T$ で実施される Type-1 点検で検出されることを示している．また下図は，故障が確率 $1-p$ で時刻 $(k+1)nT$ で実施される Type-2 点検で検出されることを示す．

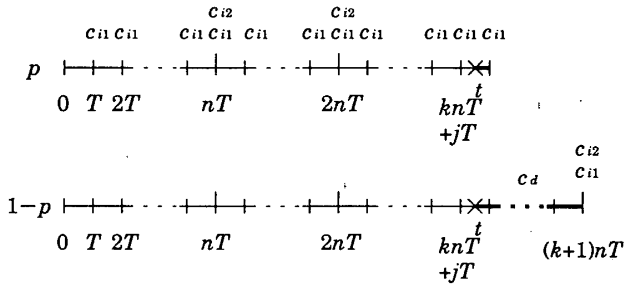

図 1: Two types of inspections

このとき，故障検出までの平均時間 $A(n;T)$ は次式で与えられる．

$$A(n;T) = p\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{n-1}\int_{knT+jT}^{knT+(j+1)T}[knT + (j+1)T]\,dF(t)$$
$$+ (1-p)\sum_{k=0}^{\infty}\int_{knT}^{(k+1)nT}(k+1)nT\,dF(t)$$
$$= pT\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(kT) + (1-p)nT\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(knT)$$
$$(n = 1, 2, \dots). \quad (1)$$

また，故障検出までの総期待費用 $B(n;T)$ は次式で与えられる．

$$B(n;T) = p\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{n-1}\int_{knT+jT}^{knT+(j+1)T}\{c_{i1}(kn + j + 1)$$
$$+ c_{i2}k + c_d[knT + (j+1)T - t]\}\,dF(t)$$
$$+ (1-p)\sum_{k=0}^{\infty}\int_{knT}^{(k+1)nT}\{(c_{i1}n + c_{i2})(k+1)$$
$$+ c_d[(k+1)nT - t]\}\,dF(t)$$
$$= (c_{i1} + c_dT)\left[p\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(kT) + (1-p)n\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(knT)\right]$$
$$+ c_{i2}\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(knT) - pc_{i2} - \frac{c_d}{\lambda} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (2)$$

よって，単位時間当たりの期待費用 $C(n;T)$ は次式

で与えられる．

$$C(n;T) \equiv \frac{B(n;T)}{A(n;T)}$$

$$= \frac{\left[\begin{array}{c} c_{i1}\left[p\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(kT)+(1-p)n\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(knT)\right] \\ +c_{i2}\left[\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(knT)-p\right]-c_d/\lambda \end{array}\right]}{\left[p\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(kT)+(1-p)n\sum_{k=0}^{\infty}\overline{F}(knT)\right]T}$$

$$+ c_d \qquad (n=1,2,\ldots). \qquad (3)$$

以下の議論では，$F(t)=1-e^{-\lambda t}$ を仮定する．このとき，$B(n;T)$ は次式で書き換えられる．

$$B(n;T) = (c_{i1}+c_dT)\left[\frac{p}{1-e^{-\lambda T}}+\frac{(1-p)n}{1-e^{-\lambda nT}}\right] + \frac{c_{i2}}{1-e^{-\lambda nT}} - pc_{i2} - \frac{c_d}{\lambda} \quad (n=1,2,\ldots). \qquad (4)$$

さらに，$C(n;T)$ は次式で書き換えられる．

$$C(n;T) = c_d + \frac{c_{i1}}{T} + \frac{c_{i2}-\left(\frac{1}{\lambda}c_d+pc_{i2}\right)(1-e^{-\lambda nT})}{(1-p)n(1-e^{-\lambda T})+p(1-e^{-\lambda nT})} \times \left(\frac{1-e^{-\lambda T}}{T}\right) \quad (n=1,2,\ldots). \qquad (5)$$

3 最適方策 1

故障検出までの総期待費用 $B(n;T)$ を最小にする最適な点検回数 n_1^* を求めるため，$B(n+1;T) \geq B(n;T)$ とおくと

$$\sum_{k=1}^{n}(e^{\lambda kT}-1) \geq \frac{c_{i2}}{(1-p)(c_{i1}+c_dT)}. \qquad (6)$$

明らかに式 (6) の左辺は n について $e^{\lambda T}-1$ から ∞ に単調増加する．これより，有限で唯一の式 (6) を満たす最小の n_1^* $(1 \leq n_1^* < \infty)$ が存在する．

とくに，$e^{\lambda kT}-1 > \lambda kT$ だから

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \geq \frac{c_{i2}}{\lambda T(1-p)(c_{i1}+c_dT)}, \qquad (7)$$

を満たす最小の解 $\overline{n}_1$ が存在するならば，$n_1^* \leq \overline{n}_1$ である．また，式 (6) から最適な n_1^* は T に関して減少し，p に関して増加することに注意する．

4 最適方策 2

$c_d/\lambda > c_{i2}$ と仮定する．すなわち，平均故障時間の間だけ故障費用がかかるとき，Type-2 点検を 1 回実施する費用より大きい．このとき，単位時間当たりの期待費用 $C(n;T)$ を最小にする最適点検回数 n_2^* を求める．

$C(n+1;T) \geq C(n;T)$ とすることにより，次式を得る．

$$\frac{\sum_{k=1}^{n}(e^{\lambda kT}-1)}{n(1-p)+\frac{1}{1-e^{-\lambda T}}} \geq \frac{c_{i2}}{(1-p)[\frac{1}{\lambda}c_d-(1-p)c_{i2}]}. \qquad (8)$$

式 (8) の左辺を $L(n)$ とすると，

$$L(1) = \frac{e^{\lambda T}-1}{1-p+\frac{1}{1-e^{-\lambda T}}},$$

$$L(\infty) = \infty,$$

$$L(n+1)-L(n) = \frac{(1-p)\sum_{k=1}^{n}(e^{\lambda(n+1)T}-e^{\lambda kT})+\frac{e^{\lambda(n+1)T}-1}{1-e^{-\lambda T}}}{\left[n(1-p)+\frac{1}{1-e^{-\lambda T}}\right]\left[(n+1)(1-p)+\frac{1}{1-e^{-\lambda T}}\right]} > 0.$$

これより，有限で唯一の式 (8) を満たす最小の n_2^* $(1 \leq n_2^* < \infty)$ が存在する．

とくに，$e^{\lambda kT}-1 > \lambda kT$ であるから，

$$\frac{\sum_{k=1}^{n}k}{n(1-p)+\frac{1}{\lambda T}} \geq \frac{c_{i2}}{\lambda T(1-p)[\frac{1}{\lambda}c_d-(1-p)c_{i2}]}, \qquad (9)$$

を満たす最小の n_2^* が存在するならば，$n_2^* \leq \overline{n}_2$ である．また，n_2^* は c_{i1} と無関係であり，T に関して減少し，p に関して増加することに注意する．

5 まとめ

定期点検によって検出できない故障があるとき，大がかりな点検を実施することによって全ての故障が検出可能なモデルを考えた．今後の課題として，実際問題との対応付けや，システムの使用期間を考慮したモデルが考えられる．

参考文献

[1] P. O'Connor : Test Engineering, John Wiley & Sons, Chichester, England, 2001.

[2] K. Ito, T. Nakagawa, K. Nishi : "Extended optimal inspection policies for a system in storage," Mathl. Comput. Modeling Vol. 22, No. 10-12, 1995, pp. 83-87.

[3] R. E. Barlow and F. Proschan : Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, New York, 1965.