

## 非合理的取引が市場均衡に与える影響についての考察

02203164 京都大学 経済学研究科 西出 勝正 NISHIDE Katsumasa

## 1 はじめに

証券市場においては「提灯 買い」(価格が上昇すると買い注文をする)、「難平 買い」(価格が下落すると買い注文をする)など、合理的経済主体の仮定だけでは説明できない取引戦略が数多く存在する。これら非合理的な取引が市場均衡にどのような影響を与えるかについて、合理的期待均衡モデルを用いて考察する。その結果、非合理的トレーダーが数多く存在する市場では情報トレーダーの持つ私的情報が価格に反映されず、情報非効率的である場合があるが、取引価格の安定性は増す傾向があることが分かる。

## 2 モデルの仮定

2期間証券モデルを考える。証券市場では1種類の危険証券が $S$ 単位流通しており、時点 $t$ において価格 $P_t$ で取引されている。時点2での証券取引が終了後、最終的な証券のペイオフが実現する。証券の最終ペイオフ(清算価値) $v$ は平均 $\bar{v}$ 、分散 $1/\pi_v$ の正規分布に従うとする。

市場には情報トレーダーと非合理的トレーダーの2種類の投資家が取引を行っているものとする。非合理的トレーダーは危険証券の価格やその実現値とは無関係に(例えば流動制約等の理由から)取引を行う。非合理的トレーダー全員からの総注文量は時点1では市場価格 $P_1$ や実現値 $v$ と独立な平均0、分散 $1/\pi_z$ の正規分布に従う $z_1$ を注文し、このポジションを証券清算時まで持ち続ける。また、時点2では、時点1での実現価格 $P_1$ と $v$ の事前期待値 $\bar{v}$ との乖離に比例した注文量がなされる。すなわち、 $z_2$ を時点2における非合理的トレーダー全体のポジションであるとする

$$z_2 = z_1 + \gamma(P_1 - \bar{v}) \quad (1)$$

が成立している。従って、もし $\gamma > 0$ であれば時点1での価格上昇は時点2での証券市場の需給が逼迫する可能性を示唆している。

一方、情報トレーダーは測度1で非可算連続的に存在する。各情報トレーダー $i$ ,  $i \in [0, 1]$ は時点1の取引開始直前に私的情報

$$s_i = v + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, 1/\pi_\epsilon) \quad (2)$$

を得る。また、時点2では公的情報：

$$y = v + \eta, \quad \eta \sim \mathcal{N}(0, 1/\pi_\eta) \quad (3)$$

が市場参加者全員に公開される。これらの情報を基に情報トレーダーは以下の効用関数を最大化する：

$$\max_{(x_{i1}, x_{i2})} E \left[ -e^{-\frac{1}{r}[(P_2 - P_1)x_{i1} + (v - P_2)x_{i2}]} \middle| \mathcal{I}_{it} \right], \quad t = 1, 2 \quad (4)$$

但し、 $x_{it}$ は時点 $t$ における情報トレーダー $i$ の危険資産の保有量(需要)であり、 $r$ は情報トレーダーの絶対的危険許容度(危険回避度の逆数)である。また、 $\mathcal{I}_{it}$ は時点 $t$ で情報トレーダーが利用しうる情報集合である。

以上を基に均衡を定義する。均衡とは市場の需給が一致することである。即ち、以下の等式が成立することを意味する：

$$S = \int_0^1 x_{i1} di + z_1 \quad (5)$$

$$S = \int_0^1 x_{i2} di + z_2 \quad (6)$$

## 3 均衡価格の導出

Kim and Verrechia (1991)と同様の手続きを踏めば線形均衡を得ることができる。すなわち、通常の動的最適

化と同様に後向きに最適解を求めていく。これにより、各期の情報トレーダーの需要関数と均衡価格は以下で与えられる：

$$x_{i2} = r [\pi_{v_0} \bar{v} + \pi_{\epsilon} s_i + \pi_{\eta} y + r^2 \pi_{\epsilon}^2 \pi_z \theta - \pi_{v_2} P_2] \quad (7)$$

$$P_2 = \frac{\pi_{v_0} \bar{v}}{\pi_{v_2}} + \frac{\pi_{\epsilon} (1 + r^2 \pi_{\epsilon} \pi_z)}{\pi_{v_2}} v + \frac{1 + r^2 \pi_{\epsilon} \pi_z}{r \pi_{v_2}} z_1 + \frac{\pi_{\eta} y}{\pi_{v_2}} - \frac{1}{r \pi_{v_2}} \bar{S}_2 \quad (8)$$

$$x_{i1} = \frac{r \pi_{v_0} \pi_{v_2} - \gamma \pi_{v_1} \bar{v} + r \pi_{\epsilon} s_i + r \frac{\pi_{v_1} \pi_{\epsilon} + \pi_{v_2} \pi_{\theta}}{\pi_{\eta}}}{\pi_{\eta}} - \frac{\pi_{v_1}}{\pi_{\eta}} S - \frac{\pi_{v_1} (r \pi_{v_2} - \gamma)}{\pi_{\eta}} P_1 \quad (9)$$

$$P_1 = \frac{\pi_{v_0} \pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r} \pi_{v_1} \bar{v}}{\pi_{v_1} (\pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r})} + \frac{\pi_{\epsilon} \pi_{v_2} (1 + r^2 \pi_{\epsilon} \pi_z)}{\pi_{v_1} (\pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r})} v + \frac{\pi_{v_2} (1 + r^2 \pi_{\epsilon} \pi_z)}{r \pi_{v_1} (\pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r})} z_1 - \frac{\pi_{\eta} + r \pi_{v_1}}{r \pi_{v_1} (\pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r})} S \quad (10)$$

ただし、

$$\pi_{v_1} = \frac{1}{\text{Var}[v|I_{i1}]} = \pi_{v_0} + \pi_{\epsilon} + r^2 \pi_{\epsilon}^2 \pi_z \quad (11)$$

$$\pi_{v_1} = \frac{1}{\text{Var}[v|I_{i2}]} = \pi_{v_1} + \pi_{\eta} \quad (12)$$

であり、

$$\theta = \frac{\pi_{v_1} (\pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r})}{\pi_{v_0} \pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r} \pi_{v_1}} P_1 - \frac{\pi_{v_0} \pi_{v_2} - \frac{\gamma}{r} \pi_{v_1}}{\pi_{\epsilon} \pi_{v_2} (1 + r^2 \pi_{\epsilon} \pi_z)} \bar{v} \quad (13)$$

$$+ \frac{\pi_{\eta} + r \pi_{v_1}}{r \pi_{\epsilon} \pi_{v_2} (1 + r^2 \pi_{\epsilon} \pi_z)} S \quad (14)$$

は取引価格を観察することによって得られる  $v$  の不偏情報である。

## 4 結果についての考察

前節の結果より、以下の示唆を得ることができる。

1. 価格公式 (10) における  $\gamma$  は非合理性を表す係数であるが、これは情報トレーダーの危険許容度  $r$  との相対的な比率によってのみ価格に影響を与える。
2.  $\gamma > r \pi_{v_2}$  のとき、

$$\frac{\partial P_1}{\partial v} < 0, \quad \frac{\partial P_1}{\partial z_1} < 0, \quad \frac{\partial P_1}{\partial S} > 0 \quad (15)$$

と直感に反する結果が得られる。これは、情報トレーダーが時点1で反対売買を行うことによって時点2でより大きい利潤が確保できるという理由から、時点1での需給バランスが逆方向に振れてしまうためである。

3. 価格変化の分散  $\text{Var}[P_2 - P_1]$  は  $\gamma \rightarrow \pm\infty$  で減少することが分かる。特に (10) より

$$P_1 \rightarrow \bar{v} \quad \text{as } \gamma \rightarrow \pm\infty \quad (16)$$

である。

以上の示唆より、提灯買いを行う非合理的トレーダーが数多く存在する市場では、情報トレーダーが市場操作を行うことで彼らが持つ私的情報が価格に反映されず、市場は情報非効率的であることが分かる。しかしながら、価格変化は非合理的トレーダーが多数存在する方が安定する傾向にあることが分かる。

**謝辞** 本稿作成にあたり、指導教官の木島正明教授には大変貴重なコメントを頂いた。この場を借りて謝意を表したい。

## 参考文献

- [1] Easley, D. and M. O'Hara, 2001, "Information and the Cost of Capital," working paper
- [2] Kim, O. and R. E. Verrecchia, 1991, "Trading Volumes and Price Reaction to Public Announcements," *Journal of Accounting Research*, 29, 302-321