2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

複占市場における撤退オプションの評価

02103980 早稲田大学 *後藤 允 GOTO Makoto
01008370 早稲田大学 大野 髙裕 ONO Takahiro

1 はじめに

近年，景気減退により企業が市場撤退の意思決定を求められる場面が増加している．市場撤退の意思決定とは，プロジェクト価値と撤退基準[1]の大きい方を選択することである．このプロジェクト価値と撤退基準が不確実な場合，決定論的な手法では解析することができない．この問題に対して，金融オプション理論を実物資産に拡張したリアルオプション・アプローチを用いることで解析が可能となる．

撤退する価値を撤退オプションとして捉えて解析した従来研究としては，Brennan and Schwartz (1985), Dixit (1989), Myers and Majd (1990) などが挙げられる[2]．これらの研究は企業が独占状態で，他社からの影響を考えなくてよい場面を想定している．したがって複占市場を考えた場合，そのフレームワークをそのまま適用することができない．競争相手が存在する場合，その意思決定が自社の行動や利益に影響を与えるからである．このような場面を解析するには経済学におけるゲーム理論が有効である．

リアルオプション・アプローチにゲーム理論を適用した代表的な研究としては，Grenadier (1996, 2000) が挙げられる．これらは複占市場においてリアルオプション・アプローチで2社の価値関数を導出し，その後，部分ゲーム完全均衡を求めている．しかしこれらはコールオプションであり，撤退オプションはプットオプションであるため，そのフレームワークを適用することはできない．

そこで本研究では，複占市場からの撤退という場面を想定し，競争による影響を考慮した撤退オプションを定式化する．次にこれを価値関数としてゲーム理論を適用して均衡解を求め，この均衡による意思決定が独占市場の場合とどのように異なるかを解析する．これにより，景気減退による市場撤退における企業の合理的な意思決定を与えることを目的とする．

2 本研究の提案

2.1 一般的な撤退オプション

プロジェクト価値を $P(t)$, 撤退基準を K とし，$P(t)$ の確率過程は

$$\frac{dP}{P} = \mu_P dt + \sigma_P dz_P \tag{1}$$

に従う幾何ブラウン運動であるとする．ただし，μ_P は P の期待収益率，σ_P は P のボラティリティ，dz_P は P の予測できない変化を表す標準ウィナー過程の増分である．撤退オプションの価値を $F(P)$ とすると伊藤のレンマより，

$$\frac{1}{2}\sigma_P^2 P^2 F'' + \mu_P P F' - rF = 0 \tag{2}$$

となる．ただし，r は無危険利子率である．これは以下の境界条件に従う．

$$\lim_{P\to\infty} F(P) = 0 \tag{3}$$

$$F(P^*) = K - P^* \tag{4}$$

$$F'(P^*) = -1 \tag{5}$$

これを解くと，撤退オプション価値 $F(P)$, 閾値 P^* が得られる．

$$F(P) = \frac{K}{\beta-1}\left(\frac{P}{P^*}\right)^\beta \tag{6}$$

$$P^* = \frac{\beta}{\beta-1}K \tag{7}$$

[1] プロジェクト価値が製品のキャッシュフローに大きく依存する場合，生産の固定費などが考えられる．また，製造設備などに依存する場合は設備の残存価値を考えればよい．

[2] Brennan and Schwartz (1985) は鉱山の開発，閉鎖，操業停止を扱い，Dixit (1989) は参入，退出の閾値を考えることで分析を行なっている．Myers and Majd (1990) は資産が物理的な寿命の間は何度でも転用されうることに注目し，行使価格が不確実な撤退オプション価値を求めている．

ただし，

$$\beta = \frac{-(\mu_P - 1/2\sigma_P^2) - \sqrt{(\mu_P - 1/2\sigma_P^2)^2 + 2r\sigma_P^2}}{\sigma_P^2} < 0 \tag{8}$$

である．これに Myers and Majd (1990) の手法を用いると，撤退基準が確率過程をもつ場合にも適用が可能となる．

2.2 複占撤退オプション

同質な 2 企業が，需要が減退する市場に存在する場面を想定する．簡単のために，2 企業は同質の製品を 1 単位製造しており，この市場からの収益はほぼ製品販売によるものと仮定する．すると，プロジェクト価値は製品価格に置き換えることができ，製品価格を

$$P(t) = X(t) \cdot D[Q(t)] \tag{9}$$

とする．ただし，$X(t)$ は

$$\frac{dX}{X} = \mu_X dt + \sigma_X dz_X \tag{10}$$

に従う需要ショック，$D(\cdot)$ は $D' < 0$ なる逆需要関数，$Q(t)$ は t における製品の供給量である．ただし，(10) 式は (1) 式において P を X に置き換えて説明される．すると，

$$F_{Q(t)}(X) = \begin{cases} K - XD[Q(t)] & \text{if } X \leq X^*_{Q(t)} \\ \dfrac{K}{\gamma - 1}\left(\dfrac{X}{X^*}\right)^{\gamma} & \text{if } X > X^*_{Q(t)} \end{cases} \tag{11}$$

$$X^*_{Q(t)} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{K}{D[Q(t)]} \tag{12}$$

が得られる．ただし，

$$\gamma = \frac{-(\mu_X - 1/2\sigma_X^2) - \sqrt{(\mu_X - 1/2\sigma_X^2)^2 + 2r\sigma_X^2}}{\sigma_X^2} < 0 \tag{13}$$

2.3 均衡

上述の複占撤退オプションを価値関数とし，均衡フレームワークに基づいて 2 企業の行動を解析する．

表 1: 2 企業の利得行列

	撤退	待機
撤退	$(K-P, K-P)$	$(K-P, F_1)$
待機	$(F_1, K-P)$	(F_2, F_2)

表 1 は 2 企業の行動による利得行列を表している．この利得行列は，観測する $X(t)$ の変動によって随時更新されることになる．各企業について $F_1 > F_2$ であるので，相手に対して撤退することを期待することがわかる．また $X(t)$ に依存して $K-P$, $F_{Q(t)}$ の相対関係が変化するので，均衡行動と最適行動が一致するとは限らない．すなわち，$X > X^*_{Q(t)}$ での撤退が予想される．

参考文献

[1] M.J. Brennan and E. Schwartz: Evaluating natural resource investments. *Journal of Business*, **58** (1985) 135-157.

[2] A.K. Dixit: Entry and exit decisions under uncertainty. *Journal of Political Economy*, **97** (1989) 620-638.

[3] A.K. Dixit and R.S. Pindyck: *Investment under Uncertainty*, (Princeton University Press, Princeton, 1994).

[4] S.R. Grenadier: Strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real estate markets. *Journal of Finance*, **51** (1996) 1653-1679.

[5] S.R. Grenadier: Option exercise game: The intersection of real options and game theory. *Journal of Applied Corporate Finance*, **13** (2000) 99-107.

[6] S.C. Myers and S. Majd: Abandonment value and project life. *Advances in Futures and Options Research*, **4** (1990) 1-21.