推論能力の限界を考慮した動学的多主体意思決定状況のモデル化 －ムカデゲームへの適用－

申請中　東京工業大学大学院　＊今野　直樹　KONNO　Naoki
01105270　東京工業大学大学院　木嶋　恭一　KIJIMA　Kyoichi

1　はじめに

本報告では、主体が各手番において、状況を大まかに認識し、そのうえで推論を行い行動する状況を表現する数理的モデルを提案する。さらに、それを従来のモデルによる分析が現実と乖離しているとの批判がある「ムカデゲーム」に適用し、主体の能力と起こる結果について、社会的な望ましさという視点から検討する。

数理的意思決定理論において、従来は、主体が状況を正確に認識したうえで、構造全体を眺めた上で決定を行うと仮定するものがほとんどだった。しかしながら、完全に合理的な主体に対する分析は、現実と合わないと大きな批判を受けてきた。Rosenthal [1] は人間の行動には誤りが不可避ということで、このような批判に答えようとした。一方、猪原 [2] は一般に我々は全ての選択肢を吟味検討しているとは限らないとし、こういった人間の推論能力の限界には注目し、利得の平均値のみを相場感として認識していると仮定し、その数理的表現を試みた。

本報告では、主体は従来の後ろ向き帰納法的による最適反応の探索を試みるという仮定の下で、ある確率で推論に誤りをきたすという形で、推論能力の限界の表現を試みる。その際に、この推論の精度は、木構造の深さと、検討している選択肢がもたらす結果の利得差に依存すると仮定して、従来のモデルをを包括し、より現実的な社会状況を記述するモデルを提案する。

ここで、個人合理性と全体合理性が矛盾するような動学的ゲームの一つに、「ムカデゲーム」[1] がある。このゲームに対し、従来のゲーム理論の解概念は、一回目で確実にゲームが終了するという結果を導く。しかしながらこれは我々の直観とはかなりかけ離れている。本報告では我々の枠組みを適用し、この疑問に対する考察を行い、社会における協力関係の実現について推論能力がどのような影響を与えるのか考察を行う。

2　推論能力の限界を考慮した動学的多主体意思決定モデル

ゲーム理論における意思決定状況の分析の多くは、情報の完備性の仮定の下で、ナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡などの概念を用いて行われてきた。情報が不完備な場合でも、意思決定主体の持つ信念に対する確率を導入することにより、情報完備な場合に変換し、やはり、ナッシュ均衡などの概念を用いて分析する。

いずれの場合においても、意思決定主体は、意思決定状況全体を見渡した上で行動選択を行うことが仮定されている。しかし、現実の意思決定ではその先にどのようなノードがあるのか。また各主体の行動によりどのような結果に至るのか漠然としかわかっていない場合も多いと考えられる。

ここで考える意思決定状況は、完全情報の有限展開形ゲーム状況 $G=(I,N,A,\alpha,(N_i)_I,(r_i)_I)$ である。ここで、I: 意思決定主体の集合、N: ノード集合、A: 行動の集合、α: ノード間のつながりを表す関数、$(N_i)_I$: 各意思決定主体のノードを定める分割、$(r_i)_I$: 各意思決定主体の利得の集合である。

また意思決定主体は以下の行動ルールに従い行動を選択すると仮定する。

(1) 各主体は自分の全ての手番において、行動の結果到達できるノードに対し、到達した場合どのぐらいの利得が得られるのか、ノードの評価を行う。終点ノード以外のノードについては、backward induction によって推論を行う。しかしながら、各推論過程において、ある確率で推論に誤りが生じる。終点ノードの利得は正確に認識していると仮定する。

(2) 推論の際に誤って最適ではない行動を選択する確率は、現在のノードから推論しているノードまでの深さを a、最適な行動と現在考慮している行動の利得の差を b とするとき $\epsilon^{\frac{b}{a}}$ で選択してしまうと仮定する。ただし k をそのノードで取りうる行動の数とするときこの値は $\frac{1}{k}$ を超えないものとする。

(3) 最適な行動が l 個ある場合、$(1-\Sigma\epsilon^{\frac{b}{a}})/l$ の確率で、それぞれの最適行動を選択する。

(4) 以上の行動ルールに従い主体が行動していき、最終的に一つの終点ノードが決まって、利得が支払われることにより全体の意思決定状況が終了する。

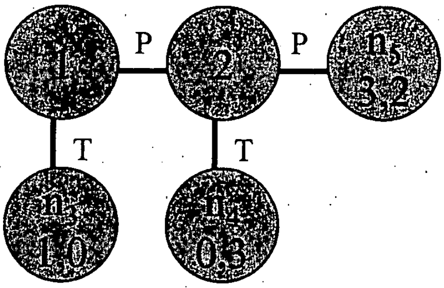

図1: ムカデゲーム

例えば図 1 の場合、具体的には、まず 1 が右に行った場合いくらの利得が得られるのか推論する場合、確率 $1-\epsilon$ で 2 が最適反応を取った場合の終点ノード n_5 が達成されると推論し、確率 ϵ で、2 が最適反応を取った場合の終点ノード n_4 が達成されると推論する。従って、1 は確率 ϵ で P を、確率 $1-\epsilon$ で T を選択することとなる。一方、2 は自分の選択の結果到達されるノードが全て終点ノードのため確率 $1-\epsilon$ で n_4 を選択する。従って確率 ϵ で n_4 が、確率 $1-\epsilon$ で n_3 が起こるという結果を得る。

このモデルでは、(a) 最初は情報が少ないため遠い将来に関しては粗い決定になる可能性が高い。(b) しかしながら逐次的に情報を update することにより、予定を修正していくことが可能であるため、より現実味のある行動計画を表現することができるという考え方に基づいている。

3　ムカデゲームへの適用

「ムカデゲーム」[1] は二人の意思決定主体が交互に意思決定を行う状況で、各手番では両者とも pass（P）または take（T）という二つの行動を持つ有限ゲームである。Pass をすると自分の利得は下がるけれども、相手の利得はそれ以上に増加する。Take を取るとその時点でゲームが終了し両者はその時点での利得を得る。従ってお互いに pass を続けるほうが社会的には望ましい結果となる。しかしこのゲームは有限回で終了するため、ナッシュ均衡などの個人合理的な行動原理が導く解は、一回目で T が取られ、ゲームが終了するというパレート的に極めて不効率な結果となる。これは両者が協力することによりお互いに望ましい結果が実現されるにもかかわらず、近視眼的には裏切りの誘因が存在し、一度でも裏切ると協力関係が永遠に壊れてしまうという社会状況のモデル化と考えられる。ここでは [1] に従い、P を選択すると、自分の利得は 1 減少し、相手の利得が 3 増加するとする。ここで決定ノードが n 回存在するムカデゲームを n 階のムカデゲームと呼ぶ。なお図 1 は $n=2$ の時のムカデゲームである。

ここで上の枠組みを用いて、解析的に $n=5$ の場合の場合まで分析を行った。その結果、ゲームが二回目以降まで続く確率が最大となる ϵ の値は、n の減少関数となることがわかった。またこのときのゲームが続く確率も n の増加関数となることが確認された。また n が大きい場合は解析的な取り扱いが困難であるが、この命題は一般の n に対し成り立つと予想される。ここではその予想に対しシミュレーションを用いて検証を行った。

その結果 $n=100$ の場合、$\epsilon=0.0001$ という微小なエラーレートでも、一回目で終了する確率は 1 %前後となり、またゲームが続く回数の期待値も 30 を超えるという結果を得た。

4　まとめ

本報告の結果は人間の推論能力の微小な不完全性が、社会的にはむしろの望ましい結果を導くこともありうることを示している。またその際の最も利得を得る ϵ が n に関する減少関数となることは、進化の過程における将来の潜在的協力回数の増加に対し、合理性のより高いタイプが適応度最適となることを示唆している。

一般に協力関係からの離脱に対する誘因が働いているような社会状況においては、協力関係を保ちパレート最適な社会を保つためには罰則を設ける必要がある。しかし、罰則を設ける際には社会的コストが発生すると考えられる。このように、微小な推論能力の欠如がむしろ社会的な適応度を増加させうる可能性があることがわかった。

参考文献

[1] R.Rosenthal. *Games of Perfect Information, Predatory Pricing and the Chain-Store Paradox.* Journal of Economic Theory 25, 92-100, 1981.

[2] 猪原健弘. 限定された視野を持つプレーヤーが行う展開型ゲームの分析. 経営情報学会 2000 年秋季全国研究発表大会, 2000.