他人の線形モデルから自分の線形モデルへ

－ORリテラシー教育の実践事例（第5報）－

01102345オーアールとく塾　権藤 元　GONDO Hajime

1.はじめに

「ORのいのちはモデルづくり」と言われている[1]。現実の問題解決の場では標準的なOR手法のモデルをその問題解決に適するよう固有のモデルに変えること[2][3]が必須であるが、その過程には殆ど関心を持たれていないことが、小笠原会長が昨年秋期研究発表会の特別講演で指摘されている[4]。問題解決の事例も多く紹介されているが、そこで示されるのは用いられた最終モデルの紹介に留まり、そのモデルに到達した過程にまで言及することは殆どない。換言すれば、問題を持っている人の立場でモデルづくりをどのように進めるか具体的に参考になるものは少ないのが現状である。

ORリテラシー教育の実践事例として上記課題の参考に少しでも役立てばとの意図で4報まで紹介したが[9]-[12]、今回は、最も簡単なモデルとして線形モデル（回帰モデルと線形計画モデル）を例として取り上げて、問題を持ち自分でORモデルを活用したい人（以下本文中では自分と表現する）の立場で一般的なモデルから自分のモデルをつくる教育用事例（短大2年対象、テキスト[5]）を紹介したい。

2. 回帰分析の望ましい姿

最近、日常業務のIT化も進みそのデータも豊富に持ち、注目するデータを目的変数として他のデータを説明変数として回帰分析を行って何らかの知見を得ようとする機会は多い。通常は標準的な回帰モデルをそのまま用い、その結果に若干の違和感を持ったままで、自分のモデルとすることもなく本来なら得られる成果をあげられずに終わることが多い。望ましい姿として「得られた回帰係数が自分で納得できること」「自分で考えられる数多くの回帰モデルから選んでいること」「その過程で新たな知見が得られたこと」が充分になされて、回帰モデルを自分のモデルとした実感を持つことが望ましいと考えている。

3. 回帰モデルの表現

$Y=a_0+\Sigma aiXi+e$　　(1)　　ai：係数　e：誤差項

$Y-\overline{Y}=a_0+\Sigma ai(Xi-\overline{X}i)+e$　　(2)　　$\overline{Y}$：Yの平均　$\overline{X}i$：Xiの平均

通常、回帰モデルは(1)式または(2)式で示される。しかし、(1)式では Xi＝0 が現実の値として無意味なときは、a_0 の値を直感的に理解することは難しい。(2)式ではデータの代表値として平均値を押しつけたことになり、データの少しの変化にも対応してその都度平均の値は変り不便である。そこで、(3)式を提案する。

$Y-b_0=a_0+\Sigma ai(Xi-bi)+e$　　(3)　　あるいは　$Y=b_0+a_0+\Sigma ai(Xi-bi)+e$

ここで、bi は自分で任意に決められる値（基準値という）で、a_0 は基準値間の補正値として理解できる。図1は基準値を用いた事例で、予測条件を Xi＝bi として予測値を切片a_0の値として求めている。図2はエクセルのソルバーを使用し、いくつかの回帰モデルを最小二乗法により1度に求めた事例で、多くの説明変数の組み合わせを思いのままに試み、その中から自分で選択することが容易となる。また、ダミー変数を多用することで、検討中に自分の思いつくモデルを試みることが出来る[8]。

3. 線形計画法の望ましい姿

線形計画法は生まれたときは目的変数はなく、制約条件を満足する数多くの計画を絞り込むために、目的関数が使われたという[6]。自分のモデルづくりのときもこの故事にならい、いくつかの制約条件を次々と目的関数に指定を繰り返しながら、自分の好ましいモデルをつくり込むことが望まれる。この過程では、制約条件の追加削除が容易であり、また、制約条件が厳しく解が求まらない場合にどの制約条件を修正するかすぐ見つけられ、対策が取りやすいモデルが必要である。

4. 制約条件の表現

通常、線形計画法は(4)(5)式で示される。

目的関数　$\Sigma aiXi$ －＞ MAX　または　MIN　　(4)

制約条件　下限：$\Sigma bjiXi>=bj_0$　または　上限：$\Sigma bjiXi<=bj_0$　　(5)

エクセルのソルバーを使用するとき解が求まらないことを避けるために、制約条件を満足しないときでも一応解が得られるように(6)式を提案する。

制約条件　下限：$\Sigma bjiXi$ ＋下限未達＝bj_0 ＋下限超過

または　上限：$\Sigma bjiXi$ ＋上限未達＝bj_0 ＋上限超過　　(6)

ここに、下限未達・下限超過・上限未達・上限超過は非負の変数とし、下限未達・上限超過はゼロのとき条件を満足するもので、これに罰金をつけて目的関数に含めておくと、解がないときには下限未達・上限超過ゼロでない値として得られる。なお、目的関数は任意の制約条件値（$\Sigma bjiXi$）が指定できるようにしておく。事例[13]。

5. おわりに

問題解決を目指して固有のモデルをつくるために役立つ教育素材を目指したものの、上記の内容ではすでに確定しているORのモデルに対して、それを活用しようとするときに、手法として固まる少し前の状況に戻ったところで現実の問題解決に繋げようとするに過ぎないといえる。

したがって、現実の問題解決の側からの攻め方には少しも触れていない。ある手法を問題解決に適用しようとして問題を変形してしまう姿を辻切り[7]といって排除することに対して、1つの問題に対して数多くの手法を適用を試みるトレーニングを提案(3)したことがあった。今後、このような論議の高まりを期待したい。

ご意見をお待ちしている。Eメール:hajime.gondo @nifty.com

イノシシ被害と捕獲頭数の推移

平成	被害金額	狩猟頭数	有害駆除頭数
	百万円	千頭	千頭
5	205	3.736	2.169
6	140	4.990	2.032
---省略----			
11	137	5.650	4.612

	被害金額	平成	狩猟頭数	有害駆除頭数
基準	0	14	5	3
単位	百万円	年	千頭	千頭

イノシシ被害と捕獲頭数の推移

平成	被害金額	平成-14	狩猟頭数-5	有害駆除頭数-3
5	205	-9	-1.264	-0.831
6	140	-8	-0.010	-0.968
---省略----				
11	137	-3	0.650	1.612

上記データは生データから基準を引いたもの

概要　　エクセル使用結果

回帰統計	
重相関 R	93.6%
重決定 R2	87.7%
補正 R2	75.3%
標準誤差	13.3
観測数	7

メニューで[ツール(T)]にある[分析ツール(D)]の中から[回帰分析]を用いた出力。

分散分析表

	自由度	変動	分散
回帰	3	3788	1263
残差	3	533	178
合計	6	4321	

	係数	標準誤差	t
切片	84.7	26.4	3.2
平成-14	-11.3	4.6	-2.4
狩猟頭数-5	-40.9	13.4	-3.0
有害駆除頭数-3	34.8	10.4	3.4

図1　基準値を用いた予測(切片の係数＝予測値)

ケース	回帰モデル	係数					ケース1		ケース2		ケース3		平方和
		a	b	B	c		平方和	比率	平方和	比率	平方和	比率	計
1	Y=a+bX	20.8	0.6	0	0	回帰	344.7	80.8%	388.2	91.0%	389.0	91.2%	
2	Y=a+bX+cB	19.1	0.6	3.4	0	残差	81.7	19.2%	38.2	9.0%	37.4	8.8%	157.3
3	Y=a+bX+cB+dXB	18.4	0.6	4.8	-0.06	計	426.4	100.0%	426.4	100.0%	426.4	100.0%	最小

		工数	定数	重量	機械B	XとBの積	ケース1		ケース2		ケース3	
No.	機械名	Y	a	X	B	c	推定値	残差	推定値	残差	推定値	残差
1	A	25	1	10	0	0	26.6	-1.6	24.9	0.1	24.5	0.5
2	A	34	1	24	0	0	34.8	-0.8	32.9	1.1	32.9	1.1
−−−−−−−省略−−−−−−−−−												
15	B	32	1	21	1	21	33.0	-1.0	34.6	-2.6	34.7	-2.7
平均		34.80	1.00	24.07	0.53	12.93	34.8	0.0	34.8	0.0	34.8	0.0
標準偏差		5.33	0.00	8.25	0.50	13.42	4.8	2.3	5.1	1.6	5.1	1.6

エクセルのソルー使用

図2　工数を推定する例題(11)

参考文献

[1]森村。おはなしOR、日本規格協会、25、1980

[2]千住、ORを学ぶ人たちへ、ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝｽﾞ･ﾘｻｰﾁ、36-7、322-325、1991

[3]権藤、ORを学ぶ人へ、ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝｽﾞ･ﾘｻｰﾁ、36-7、326-328, 1991

[4]福居、平成14年秋季研究発表会ルポ、ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝｽﾞ･ﾘｻｰﾁ, 48-.2.143-145, 2003

[5]高井･真鍋編著、問題解決のためのおペレーションズ･リサーチ入門、日本評論社、2000.4

[6]ダンチィヒ氏との懇談会記事、経営科学、3-3、167、1960

[7]牧野ほか、ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝｽﾞ･ﾘｻｰﾁ、日本規格協会、15、1980

以下はOR学会研究発表会予稿より、A, Bは略記　A:ORﾘﾃﾗｼｰ教育の実践事例　B:ORﾘﾃﾗｼｰの普及事例

[8]権藤他、夏季日電力量の気温による回帰モデル－折線･層別を織り込んだ解析法の提案－、1996秋

[9]権藤、シミュレーションを中心とした待ち行列の実習教育－A(第1報)－、1996秋

[10]権藤、線形計画法の実習教育－A(第2報)－、1997春

[11]権藤、線形回帰モデルを素材としたモデルづくり教育について－A(第3報)－、1997秋

[12]権藤、ｷﾝﾀﾞｲ･ﾏﾈｰｼﾞﾒﾝﾄ･ｹﾞｰﾑを素材としたOR教育について－A(第4報)－、1998春

[13]権藤･三谷、飼料配合問題のエクセル･ソルバーによる解法について－B(第2報)－、1999秋