

多段平滑ヒストグラムモデルに基づく画像2値化問題

01704426 京都府立大学 *吉富康成 YOSHITOMI Yasunari
 メディックエンジニアリング 谷尻豊寿 TANIJIRI Toyohisa

1. 緒言

画像の特徴を解析するには、画像における対象物を背景と識別する必要がある。このため、各画素の濃度に対する閾値処理である2値化が行われる。通常、2値化の閾値決定方法として、固定閾値法、 p -タイル法、可変閾値法、判別分析法などが用いられている[1]。これらの方法の内、自動で閾値が決まる方法は判別分析法[2]だけであるが、その適用範囲が必ずしも広くない。

本報では、画像の濃度ヒストグラムを「多段で平滑である」と仮定したモデル(“多段平滑濃度ヒストグラムモデル”と表記)を基に画像の2値化問題を最適化問題として定式化し、(近似)最適解を用いて得られた閾値での2値化の効果を検討した。

2. 多段平滑濃度ヒストグラムモデルと2値化閾値

濃度ヒストグラムが2つの領域に分かれ、その各領域において、各濃度に対する画素数が一定(各々、 h_1, h_2)である濃度ヒストグラムを“2段平滑濃度ヒストグラム”と表記する(図1上図)。この場合、図1下図のように閾値と2値化抽出画素数(2値化で“1”となる画素の数)の相関が、各閾値領域内で直線関係となる。 $h_1 \neq h_2$ の時、この2つの直線の交点の閾値を用いて2値化することにより、高濃度の画素領域と低濃度の画素領域を識別できる。

次に、濃度ヒストグラムが3つの領域に分かれ、その各領域において、各濃度に対する画素数が一定である濃度ヒストグラムを“3段平滑濃度ヒストグラム”と表記する。この場合も、閾値と2値化抽出画素数の相関が、各閾値領域内で直線関係となる。そこで、隣接する閾値領域での対応する直線の交点の閾値を用いて2値化することにより、各濃度領域の画素と他の濃度領域の画素を識別できる。ただし、各濃度領域で一定である画素数の値が2つの隣接する濃度領域で一致する場合には、対応する2つの直線は一致する。このため、2つの直線の交点は不定となり、2値化の閾値は決定できない。

次節では、上記の2段平滑濃度ヒストグラムモデル及び3段平滑濃度ヒストグラムモデルを基に、画像2値化問題を最適化問題として定式化する。

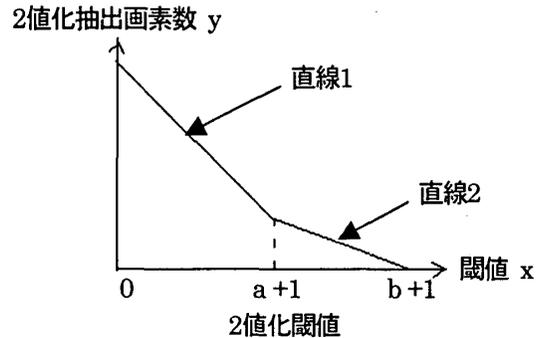
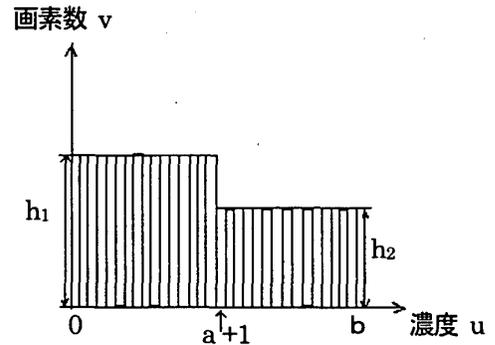


図1 2段平滑濃度ヒストグラム(上図)と2値化閾値の決定法(下図)

3. 画像2値化問題の定式化

3.1 2段平滑濃度ヒストグラムを基にした定式化

正の整数の集合を Z とし、高濃度領域の最大濃度(正の定数)を M とし、閾値 i と2値化抽出画素数 c_i (定数)の相関において、2つの領域での回帰直線の2乗誤差の荷重和 $f_1(\theta)$ を最小にする高濃度領域の最小濃度値 θ を決定する最適化問題 P_1 は下記のとおり定式化できる。

$$P_1 : \text{Minimize } f_1(\theta)$$

$$f_1(\theta) = \sum_{i=0}^{\theta-1} (c_i - a_1(\theta)i - b_1(\theta))^2 + w \sum_{i=\theta}^M (c_i - a_2(\theta)i - b_2(\theta))^2$$

$$a_1(\theta) = \frac{\sum_{i=0}^{\theta-1} c_i}{\theta} - \frac{b_1(\theta)(\theta-1)}{2}$$

$$a_2(\theta) = \frac{\sum_{i=\theta}^M c_i}{M-\theta+1} - \frac{b_2(\theta)(\theta+M)}{2}$$

$$b_1(\theta) = \frac{2 \sum_{i=0}^{\theta-1} (2i-\theta+1)(c_i\theta - \sum_{i=0}^{\theta-1} c_i)}{\theta \sum_{i=0}^{\theta-1} (2i-\theta+1)^2}$$

$$b_2(\theta) = \frac{2 \sum_{i=\theta}^M (2i-\theta-M)\{c_i(M-\theta+1) - \sum_{i=\theta}^M c_i\}}{(M-\theta+1) \sum_{i=\theta}^M (2i-\theta-M)^2}$$

subject to $1 \leq \theta \leq M-1, \theta \in Z$

(1)

ここで、対象物が背景より高濃度であるとし、閾値と2値化抽出画素数の相関において、高閾値領域での回帰直線の2乗誤差の荷重として w を導入した。原画像において、対象物が背景より低濃度である場合は、前処理として濃度反転を行うこととする。荷重 w を導入した理由は、背景より対象物に対する閾値領域での回帰直線の2乗誤差を少なくすることがより重要と考えたことによる。(近似)最適解 θ^* を2値化の閾値とする。

3.2 3段平滑濃度ヒストグラムを基にした定式化
他方、正の整数の集合を Z とし、高濃度領域の最大濃度(正の定数)を M として、閾値 i と2値化抽出画素数 c_i (定数)の相関において、3つの領域での回帰直線の2乗誤差の荷重和 $f_2(\theta_1, \theta_2)$ を最小にする中間濃度領域の最小濃度値 θ_1 と高濃度領域の最小濃度値 θ_2 を決定する最適化問題 P_2 は下記のとおり定式化できる。

$$P_2 : \text{Minimize } f_2(\theta_1, \theta_2)$$

$$f_2(\theta_1, \theta_2) = \sum_{i=0}^{\theta_1-1} (c_i - \alpha_1(\theta_1)i - \beta_1(\theta_1))^2 + \gamma \sum_{i=\theta_1}^{\theta_2-1} (c_i - \alpha_2(\theta_1, \theta_2)i - \beta_2(\theta_1, \theta_2))^2 + \delta \sum_{i=\theta_2}^M (c_i - \alpha_3(\theta_2)i - \beta_3(\theta_2))^2$$

$$\alpha_1(\theta_1) = \frac{\sum_{i=0}^{\theta_1-1} c_i}{\theta_1} - \frac{\beta_1(\theta_1)(\theta_1-1)}{2}$$

$$\alpha_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{\sum_{i=\theta_1}^{\theta_2-1} c_i}{\theta_2 - \theta_1} - \frac{\beta_2(\theta_1, \theta_2)(\theta_1 + \theta_2 - 1)}{2}$$

$$\alpha_3(\theta_2) = \frac{\sum_{i=\theta_2}^M c_i}{M - \theta_2 + 1} - \frac{\beta_3(\theta_2)(\theta_2 + M)}{2}$$

$$\beta_1(\theta_1) = \frac{2 \sum_{i=0}^{\theta_1-1} (2i - \theta_1 + 1)(c_i\theta_1 - \sum_{i=0}^{\theta_1-1} c_i)}{\theta_1 \sum_{i=0}^{\theta_1-1} (2i - \theta_1 + 1)^2}$$

$$\beta_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{2 \sum_{i=\theta_1}^{\theta_2-1} (2i - \theta_1 - \theta_2 + 1)\{c_i(\theta_2 - \theta_1) - \sum_{i=\theta_1}^{\theta_2-1} c_i\}}{(\theta_2 - \theta_1) \sum_{i=\theta_1}^{\theta_2-1} (2i - \theta_1 - \theta_2 + 1)^2}$$

$$\beta_3(\theta_2) = \frac{2 \sum_{i=\theta_2}^M (2i - \theta_2 - M)\{c_i(M - \theta_2 + 1) - \sum_{i=\theta_2}^M c_i\}}{(M - \theta_2 + 1) \sum_{i=\theta_2}^M (2i - \theta_2 - M)^2}$$

subject to $1 \leq \theta_1 < \theta_2 \leq M-1, \theta_1 \in Z; \theta_2 \in Z$

(2)

ここで、対象物が背景より高濃度であるとし、その2つの間に中間濃度領域が存在するとし、閾値と2値化抽出画素数の相関において、中間閾値領域および高閾値領域での回帰直線の2乗誤差の荷重として各々 γ, δ を導入した。原画像において、対象物が背景より低濃度である場合は、前処理として濃度反転を行うこととする。荷重 γ, δ を導入した理由は、背景より対象物に対する閾値領域での回帰直線の2乗誤差を少なくすることがより重要と考え、かつ、中間濃度領域の取扱に自由度を与えたことによる。(近似)最適解 θ_1^*, θ_2^* の平均値を2値化の閾値とする。

4. 結言

多段平滑濃度ヒストグラムモデルを基に画像の2値化問題を最適化問題として定式化した。適用例は講演時に報告させて頂く。

参考文献

- [1] 田村秀行 監修, "コンピュータ画像処理入門", 総研出版, (1985), 66-69.
- [2] 大津展之, "半別および最小2乗基準に基づく自動しきい値選定法", 電子通信学会論文誌(D), J63-D(1980), 42, 349-356.