

対数正規過程に基づいたソフトウェア信頼性評価に関する考察

安藤隆夫, 土肥正 (01307065)

広島大学大学院工学研究科情報工学専攻

1. はじめに

ソフトウェアの開発段階で作られたフォールトによりシステム障害が発生し、結果として社会的に大きな問題を引き起こす例は枚挙に暇が無い。よって、ソフトウェアの信頼性や品質を定量的に評価し、その結果を開発管理に反映することは重要な管理技術であると言える。本稿では、文献 [1, 2] において提案された連続状態ソフトウェア信頼性モデルについて取り上げ、これまで考察されてこなかったいくつかの信頼性評価尺度を導出する。考察するモデルは、テスト工程におけるフォールト検出過程を対数正規過程（幾何 Brown 運動過程）によってモデル化したものであり、計数過程を連続状態確率過程として近似的に扱うなどの理論的な問題点が含まれているものの、AIC や BIC などの情報量基準に基づいた評価では NHPP などの従来モデルと比べて格段に高い適合性を示すことが確認されている [3]。本稿ではさらに、ソフトウェア信頼度やソフトウェア MTBF を導出する方法について提案し、瞬間 MTBF や累積 MTBF など既存の信頼性評価尺度との比較を行う。

2. 対数正規過程モデル [1, 2]

ソフトウェアに潜在する初期フォールト数を非負定数 a_0 (> 0) と仮定する。時刻 $t = 0$ でソフトウェアテストが開始され、任意の時刻 t でソフトウェア内に残存するフォールト数 $\{X(t), t \geq 0\}$ は以下の常微分方程式によって記述されるものと仮定する。

$$\frac{dX(t)}{dt} = -bX(t), \quad X(0) = a_0. \quad (1)$$

ここで、 b (> 0) はフォールト検出率を表す。フォールト検出過程の不確実性をモデル化するために、フォールト検出率は正規性白色雑音過程 $\xi(t) = \sigma\gamma(t)$ によって加法的に攪乱されるものと仮定すれば、式 (1) の常微分方程式は

$$\frac{dX(t)}{dt} = -(b + \sigma\gamma(t))X(t), \quad X(0) = a_0 \quad (2)$$

となる。ここで、 σ (> 0) は任意のスケールパラメータであり、 $\{\gamma(t), t \geq 0\}$ は標準正規性白色雑音過程である。

式 (2) の確率微分方程式を Ito 積分によって表現すれば

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = -(b - \frac{\sigma^2}{2})dt + \sigma dB(t) \quad (3)$$

となる。ここで、確率過程 $\{B(t), t \geq 0\}$ は標準 Wiener 過程であり、 $E[B(t)] = 0$, $\text{Var}[B(t)] = t$ を満たす。式 (3) は

対数正規過程もしくは幾何 Brown 運動過程と呼ばれ、その解過程は

$$X(t) = a_0 e^{-bt + \sigma B(t)}, \quad X(0) = a_0 \quad (4)$$

によって与えられる。よって、時刻 t でソフトウェア内に残存するフォールト数 $X(t)$ は対数正規分布に従うことがわかる。さらに、 $\{N(t), t \geq 0\}$ を時刻 t までに検出される累積フォールト数とすれば、 $N(t) = a_0 - X(t)$ となり、

$$E[N(t)] = a_0(1 - e^{-(b - \frac{\sigma^2}{2})t}) \quad (5)$$

のような指数関数的振る舞いを示す。

3. ソフトウェア信頼性評価

ソフトウェア信頼性の定量的尺度であるソフトウェア信頼度は、「ソフトウェアが規定の条件下で、意図する期間中、規定の機能を遂行する確率」として定義される。しかしながら、2. で紹介されたような連続状態空間上で定義されるモデルではテスト期間中に発生する障害の数を整数値としてカウントしないため、規定の期間中に障害が発生しない確率を厳密に定義することは出来ない。この問題に対して本稿では、対数正規過程モデルのように連続状態空間上で定義されるソフトウェア信頼性モデルに対して、ソフトウェア信頼度を近似的に評価するための 2 種類の尺度を定義する。

定義 1:

$$R_1(t | X(0) = a_0) = \Pr\{X(t) > a_0 - 1 | X(0) = a_0\}$$

定義 2: $R_2(t | X(0) = a_0) = \Pr\{T_{a_0-1} < t | X(0) = a_0\}$

ここで、

$$T_k = \inf\{t \geq 0 : X(t) \leq k | X(0) = a_0, k < a_0\} \quad (6)$$

である。対数正規過程のよく知られた性質より、

$$R_1(t | X(0) = a_0) = 1 - \Phi\left(\frac{\log \frac{a_0-1}{a_0} + bt}{\sigma\sqrt{t}}\right), \quad (7)$$

$$R_2(t | X(0) = a_0) = \Phi\left(\frac{\log \frac{k}{a_0} + bt}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \left(\frac{k}{a_0}\right)^{\frac{2b}{\sigma^2}} \Phi\left(\frac{\log \frac{k}{a_0} - bt}{\sigma\sqrt{t}}\right) \quad (8)$$

を得る。ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布関数である。

次に、ソフトウェア信頼性の代表的な評価尺度として知られている MTBF (Mean Time Between Failures) について考える。文献 [1, 2] では、瞬間 MTBF ならびに累積 MTBF と呼ばれる評価尺度を代替的に用いることを提案している。\$t\$ までに検出される累積ソフトウェアフォールト数 \$N(t)\$ の時間区間 \$[t, t + \Delta t]\$ における変化量を \$\Delta N(t)\$ とすると、その区間でのフォールト 1 個当たりのソフトウェア障害発生時間は \$\Delta t / \Delta N(t)\$ となり、極限值

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta N(t)} = \frac{dt}{dN(t)} = \frac{1}{dN(t)/dt} \quad (9)$$

は時刻 \$t\$ におけるエラー検出の瞬間的な時間間隔を表し、その期待値は瞬間 MTBF と呼ばれる。すなわち、

$$MTBF_i(t) = E \left[\frac{1}{dN(t)/dt} \right] \quad (10)$$

で表す。文献 [1, 2] では、

$$MTBF_i(t) \approx \frac{1}{E[dN(t)/dt]} = \{a_0(b - \sigma^2/2)e^{-(b - \sigma^2/2)t}\}^{-1} \quad (11)$$

のような近似表現を与えている。

次に、\$t/N(t)\$ を時刻 \$t\$ までのフォールト 1 個当たりによる検出時間とすれば、累積 MTBF は以下で定義される。

$$MTBF_c(t) = E \left[\frac{t}{N(t)} \right] \quad (12)$$

ここでも同様に、近似的に

$$MTBF_c(t) \approx \frac{t}{E[N(t)]} = t \{a_0(1 - e^{-(b - \sigma^2/2)t})\}^{-1} \quad (13)$$

を得ることが出来る。

これに対して、対数正規過程モデルに対する真の MTBF は

$$MTBF(j) = E[T_{a_0-j}] = \frac{1}{b} \log \left(\frac{a_0 - j + 1}{a_0 - j} \right) \quad (14)$$

$$(j = 1, 2, \dots, a_0)$$

によって求められ、最初から \$i\$ (\$\le j\$) 番目に検出されるフォールトまでの MTBF に対する算術平均 (MTBF Average) は \$MTBFA(i) = \sum_{j=1}^i MTBF(j)/i\$ によって与えられる。

4. 数値例

実際のテスト工程で採集された 4 種類のソフトウェアフォールトデータ (DS1~DS4) を用いて信頼性評価尺度の比較を行った。データはそれぞれ 109 個, 317 個, 165 個, 83 個のフォールト発見時間データ (CPU time) から構成される。最尤法によりパラメータ推定を行い、ソフトウェア信頼度および MTBF を算出する。図 1 は、DS2 のデータ 317 個が観測されたという条件下で、将来時刻に関するソフトウェア信頼度の挙動を調べたものである。ここで、Definition I および II は 3. の定義 1 および 2 に対応している。また、NHPP (Exp, S-shape) は、それぞれ代表的な NHPP モデルの一種である指数形モデルと遅延 S 字形モデルを表す。これより、本稿で

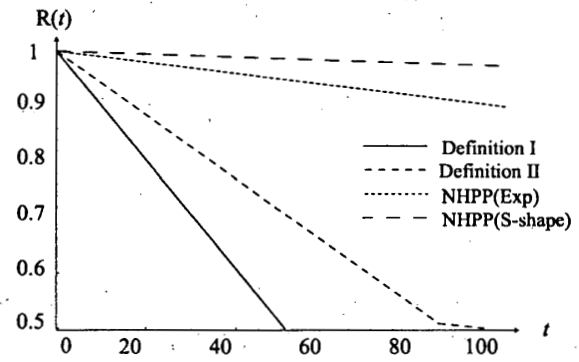


図 1: ソフトウェア信頼度による比較 (DS2).

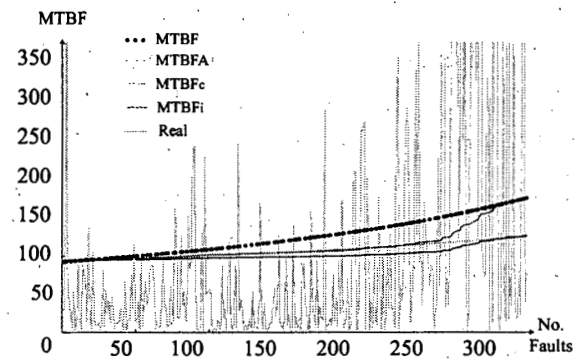


図 2: ソフトウェア MTBF による比較 (DS2).

定義したソフトウェア信頼度は NHPP モデルの場合よりも低く見積もられることがわかる。次に、対数正規過程モデルに対する MTBF を計算する。図 2 は、与えられた時刻までの各種 MTBF と実際のフォールト検出時間間隔を調べたものである。Real は検出時間間隔データであり、MTBF は式 (14) で導出された評価尺度、MTBFA, MTBFc, MTBFi はそれぞれ算術平均、累積 MTBF、瞬間 MTBF である。瞬間 MTBF は累積 MTBF よりも常に大きくなり、データ数が増すと瞬間 MTBF は真の MTBF に、累積 MTBF は MTBFA に近づいていることがわかる。

参考文献

- [1] 田中, 山田, 川上, 尾崎, ソフトウェア信頼度成長モデルにおけるエラー数の状態空間の連続化に関する考察—線形確率微分方程式の適用, 信学論 (A), **J74-A** (7), pp. 1059-1066, 1991.
- [2] S. Yamada, M. Kimura, H. Tanaka and S. Osaki, Software reliability measurement and assesment with stochastic differential equations, *IEICE Trans. Fundamentals*, **E77-A** (1), 109-116, 1994.
- [3] T. Ando, T. Dohi and H. Okamura, Continuous software reliability models: their validation, effectiveness and limitation, in submission.