

# 小修理と取替えが混在した保証の費用分析

— 初回の故障に対して取替えを行う場合を中心として —

01800034 神戸国際大学経済学部 \* 林坂 弘一郎 RINSAKA Koichiro  
01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

## 1. はじめに

保証を伴う製品の製造業者は、故障によって将来必要となる保証費用のために売上の一部を保証引当金として確保しておかなければならない。適切な保証引当金を設定するためには、必要となる保証費用を正確に見積もることが重要である。こうした観点から、これまでに様々な保証政策に対して保証費用を推定する研究が数多く報告されている [1-5]。

現在の我が国では、特に家電製品のような製品は、標準で1年間の保証を伴うことが多い。通常の保証の下で製造業者は保証期間中の故障に対しては修理を行うことが一般的である。しかしながら、現実には保証期間中の故障に対して取替えを行うような場合も存在する。例えば、保証期間中の最初の故障に対しては取替えを実施するという保証の存在も認められる。

本研究では保証期間中の最初の故障に対しては取替えを行うが、以降の故障に対してはすべて小修理を行うという保証を取り扱う。このような保証に対して製造業者に必要となる期待費用を定式化する。また、文献 [6] で提案したような保証期間中の最初の故障に対しては小修理を行うが、残る保証期間に起こるすべての故障に対しては新品に取替えるという保証に対する期待費用との比較を行う。

## 2. 期待費用

システムの故障に対して小修理 [7] を前提としてシステムを運用したとき、故障の振る舞いは強度関数  $h(t)$  の非同次ポアソン過程を用いて表現できる。なお、

$$H(t) = \int_0^t h(x) dx \quad (1)$$

であり、時刻  $t(t \geq 0)$  での故障回数を  $N(t)$  とすると

$$\Pr\{N(t) = n\} = \frac{[H(t)]^n}{n!} e^{-H(t)} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

である。

### 2.1 保証政策 a

保証期間を  $\tau (> 0)$  とする。製造業者が保証期間中の最初の故障に対してのみ小修理を行い、以降は対応しないという保証を保証政策 a と呼ぶこととする。この保証政策 a の下で製造業者に発生する期待費用  $C_a(\tau)$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_a(\tau) &= c_0 F(\tau) \\ &= c_0 [1 - e^{-H(\tau)}] \end{aligned} \quad (3)$$

なお、 $c_0 (> 0)$  は小修理費用、 $F(\cdot)$  は故障分布関数である。これは保証期間中に2回以上故障する確率が無視できるくらい小さい場合を想定している。

### 2.2 保証政策 b

通常、保証期間中に複数回故障する可能性も無視することはできず、製造業者は保証期間中のすべての故障に対して責任を持ち、無料で小修理を行う。このような保証を保証政策 b と呼ぶこととすると、製造業者に発生する期待費用  $C_b(\tau)$  は次式で与えられる。

$$C_b(\tau) = c_0 H(\tau) \quad (4)$$

### 2.3 保証政策 c

製造業者は小修理を無料で実施することで保証期間中の最初の故障に対処するが、以降の保証期間中に起こるすべての故障に対しては無料で新品に取替えるという保証政策 c の下での製造業者の期待費用  $C_c(\tau)$  は

$$\begin{aligned} C_c(\tau) &= c_0 H(\tau) e^{-H(\tau)} \\ &\quad + \int_0^\tau \{c_0 + c_1 [1 + M(\tau - x)]\} \\ &\quad \times h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \\ &= c_0 [1 - e^{-H(\tau)}] \\ &\quad + c_1 \left\{ 1 - [1 + H(\tau)] e^{-H(\tau)} \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\tau M(\tau - x) h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

となる [6]。ただし、 $M(\cdot)$  は分布関数  $F(\cdot)$  に対する再生関数であり、 $c_0$  は小修理費用、 $c_1$  は取替費用である。以下では  $c_0 < c_1$  を仮定する。

### 2.4 保証政策 d

保証期間中の最初の故障に対しては取替えを行い、以降の故障についてはすべて小修理で対応するという保証を保証政策 d と呼ぶこととする。この保証政策 d の下で製造業者に発生する期待費用  $C_d(\tau)$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_d(\tau) &= c_1 F(\tau) + c_0 \int_0^\tau H(\tau - x) dF(x) \\ &= c_1 [1 - e^{-H(\tau)}] \\ &\quad + c_0 \int_0^\tau H(\tau - x) h(x) e^{-H(x)} dx \end{aligned} \quad (6)$$

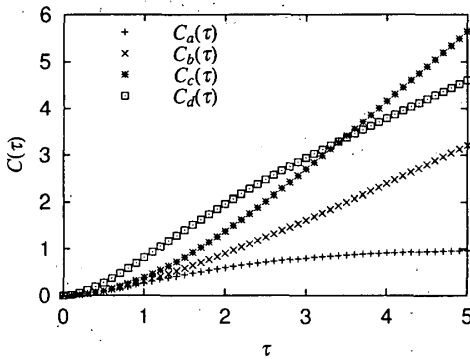


図 1: 期待費用

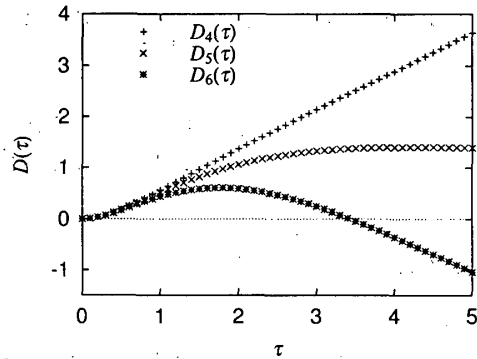


図 2: 期待費用の差

### 3. 期待費用の比較

ここでは、2. で定式化した期待費用を保証政策 d を中心として比較することで、保証期間中に取替えを行うことにより増加する費用について考える。

保証期間中の最初の故障にのみ小修理を行う保証政策 a と、初回に取替え以降は小修理する保証政策 d の下での期待費用の比較を行う。保証政策 a 及び d に対して、期待費用の差を  $D_4(\tau) \equiv C_d(\tau) - C_a(\tau)$  とすると、

$$D_4(\tau) = (c_1 - c_0) \left[ 1 - e^{-H(\tau)} \right] + c_0 \int_0^\tau H(\tau - x) h(x) e^{-H(x)} dx \quad (7)$$

となり、明らかに  $C_d(\tau) \geq C_a(\tau)$  である。

保証期間中のすべての故障に対して小修理を行う保証政策 b と初回に取替え以降は小修理する保証政策 d の下での期待費用の差を  $D_5(\tau) \equiv C_d(\tau) - C_b(\tau)$  とすると

$$D_5(\tau) = c_1 \left[ 1 - e^{-H(\tau)} \right] - c_0 \left[ H(\tau) - \int_0^\tau H(\tau - x) h(x) e^{-H(x)} dx \right] \quad (8)$$

となる。更に、最初の故障は小修理を行い、以降は取替えを行う保証政策 c と、保証政策 d との期待費用の差を  $D_6(\tau) \equiv C_d(\tau) - C_c(\tau)$  とすると

$$D_6(\tau) = c_1 \left[ H(\tau) e^{-H(\tau)} - \int_0^\tau M(\tau - x) h(x) H(x) e^{-H(x)} dx \right] + c_0 \left[ e^{-H(\tau)} - 1 + \int_0^\tau H(\tau - x) h(x) e^{-H(x)} dx \right] \quad (9)$$

となる。しかしながら、 $D_5(\tau)$  及び  $D_6(\tau)$  の正負を解析的に示すことは困難であると考えられる。

### 4. 数値例

ここでは、システムの故障の振る舞いが次数 2 のガンマ分布

$$F(x) = 1 - (1 + \lambda x) e^{-\lambda x} \quad (10)$$

に従う場合の数値例を示す。図 1 に  $\lambda = 1.0$ ,  $c_0 = 1$ ,  $c_1 = 3$  とした場合の期待費用を示し、図 2 には期待費用の差  $D_4(\tau)$ ,  $D_5(\tau)$ ,  $D_6(\tau)$  を示す。図 2 より、 $D_5(\tau) > 0$ 、すなわち  $C_d(\tau) > C_b(\tau)$  となることが認められる。また、保証期間が短い場合には  $C_d(\tau) > C_c(\tau)$  であるが、保証期間が長くなるとこの大小関係が逆転し  $C_d(\tau) < C_c(\tau)$  となることも確認できる。

### 参考文献

- [1] Y. Balcer and I. Sahin, "Replacement costs under warranty: Cost moments and time variability," *Oper. Res.*, vol.34, no.4, pp.554-559; July-Aug. 1986.
- [2] W.R. Blischke and D.N.P. Murthy, *Warranty cost analysis*, Marcel Dekker, New York, 1994.
- [3] W.R. Blischke and D.N.P. Murthy, (eds), *Product warranty handbook*, Marcel Dekker, New York, 1996.
- [4] W.W. Menke, "Determination of warranty reserves," *Manage. Sci.*, vol.15, no.10, pp.B542-B549, June 1969.
- [5] D.G. Nguyen and D.N.P. Murthy, "Cost analysis of warranty policies," *Nav. Res. Logist. Q.*, vol.31, no.4, pp.525-541, Dec. 1984.
- [6] 林坂弘一郎, 三道弘明, "小修理と取替えが混在した保証の費用分析 - 2 回目以降の故障に対して取替えを行う場合を中心として," *日本 OR 学会春季研究発表会アブストラクト集*, pp.26-27, 2003.
- [7] R.E. Barlow and L.C. Hunter, "Optimum preventive maintenance policies," *Oper. Res.*, vol. 8, no.1, pp.90-100, Jan.-Feb. 1960.