2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

巡回型輸送システムの最適な階層構造に関する研究

02900310　筑波大学　社会工学研究科　*渡部大輔　WATANABE Daisuke
01205430　筑波大学　社会工学系　鈴木　勉　SUZUKI Tsutomu

1. はじめに

近年，共同集配システムなど，輸送する品目や輸送を担う手段の特性によって，様々な階層構造を持った輸送システムが構築されている．移動において，巡回型輸送が多く見られるが，輸送機材の大型化が必要となる一方，輸送距離を少なくすることができる．[5] では，BHH 定理 [3] をもとにした巡回路長近似式を用いた中継施設配置モデルが提案されているが，複数の輸送階層を扱っていない．

[1] では，Hub and Spokes 型輸送（Single Stop，以下 SS）について，施設数と階層数を連続量とすることにより，輸送費用に規模の経済性が存在する場合の階層的輸送システムをモデル化した．本研究では，巡回型輸送（Multi-Stop，以下 MS）の場合についてモデル化し，規模の経済性を表すパラメータによる影響を考察する．

2. モデルの概要と輸送費用の定式化

最下階層の施設（需要）n_0 個が一様にランダムに分布しており，n_M 個の最上階層施設へ運ぶ輸送需要が一様に発生し (many-to-one demand)，なるべく低い費用で輸送するものとする．つまり，1 つの最上階層施設に割り当てられる需要量は，$\frac{n_0}{n_M}$ 個となる．なお，中間階層で需要が増加することはなく，階層間のサービスが排他的 (successively exclusive) であるとする．

各輸送需要は，図 1 のような収集輸送が繰り返され，M 回の輸送を経て最上階層に到着する．その途中に必ず経由する第 m 階層施設 n_m 個 ($1 \le m \le M$) が均等に配置されている．階層数と施設数は本来自然数であるが，十分大きいと仮定して連続量として考える．なお，配送の場合 (one-to-many demand) も，これと全く逆の輸送過程となるので，同様の定式化となる．

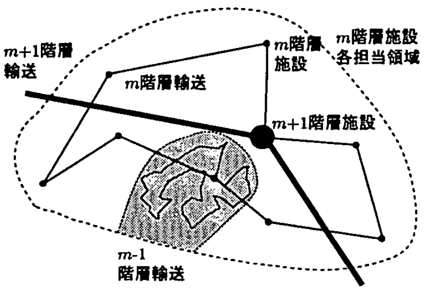

図 1: 二次元都市での Multi-Stop 型 many-to-one 輸送

2.1 m 階層輸送での輸送距離と輸送量

BHH 定理 [3] により，面積 A の二次元領域において，ランダムな n 個の点を巡回する最短距離の期待値 d は，係数 k とおくと，

$$d = k\sqrt{nA} \tag{1}$$

となることが知られている．

よって，m 階層施設からの輸送距離は，担当する領域面積 $\frac{S}{n_m}$ と $m-1$ 階層の施設数 $\frac{n_{m-1}}{n_m}$ を 式 (1) に代入することにより，

$$\begin{aligned} d_m &= k\sqrt{\frac{n_{m-1}}{n_m}\frac{S}{n_m}} \\ &= \frac{k\sqrt{n_{m-1}S}}{n_m} \end{aligned} \tag{2}$$

となる．m 階層輸送での輸送量は，トラックの積載容量と考えられる．領域内で担当する全輸送需要なので，

$$q_m = \frac{n_0}{n_m} \tag{3}$$

となる．

2.2 m 階層輸送での輸送費用

輸送費用に対する規模の経済性を表すパラメータとして，輸送量弾力性 α，輸送距離弾力性 β を用いる．($0 \le \alpha \le 1, 0 < \beta \le 1$) 輸送費用は，規模の経済性を考慮した輸送量 q_m と輸送距離 d_m の積によって決定され，施設数 n_m を乗ずることで以下のように求まる．

$$\begin{aligned} C_m &= n_m {q_m}^{\alpha} {d_m}^{\beta} \\ &= n_m \left(\frac{n_0}{n_m}\right)^{\alpha} \left(\frac{k\sqrt{n_{m-1}S}}{n_m}\right)^{\beta} \\ &= {n_0}^{\alpha} k^{\beta} S^{\frac{\beta}{2}} \frac{{n_{m-1}}^{\frac{\beta}{2}}}{{n_m}^{\alpha+\beta-1}} \end{aligned} \tag{4}$$

2.3 総輸送費用

式 (4) について，$a = \frac{\beta}{2}, b = \alpha+\beta-1, K = {n_0}^{\alpha} k^{\beta} S^{\frac{\beta}{2}}$ と置く．この時，α, β それぞれの定義域は，$a > 0, b > 0$ も考慮すると，$0 \le \alpha \le 1, 0 < \beta \le 1, \alpha+\beta > 1$ となる．

総輸送費用は全階層での輸送費用の総和になり，以下の最小化問題となる．

$$\text{Minimize } C = K \sum_{m=1}^{M} \frac{{n_{m-1}}^{a}}{{n_m}^{b}} \tag{5}$$

3. 最適階層数と施設数

[1] において，式 (5) は極値を持つことが確認されており，場合分けにより下記のように求まる．

(i)$a \neq b$　($\alpha + \beta/2 \neq 1$)

・最適階層数

$$\begin{aligned} M^* &= \frac{b-a}{\log \frac{b}{a}} \log \frac{n_0}{n_M} \\ &= \frac{\alpha + \beta/2 - 1}{\log \frac{\alpha+\beta-1}{\beta/2}} \log \frac{n_0}{n_M} \end{aligned} \tag{6}$$

・階層別最適施設数

$$\begin{aligned} n_m^* &= n_0 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{b-a}} \\ &= n_0 \left(\frac{\beta/2}{\alpha+\beta-1}\right)^{\frac{m}{\alpha+\beta/2-1}} \end{aligned} \tag{7}$$

(ii)$a = b$　($\alpha + \beta/2 = 1$)

・最適階層数

$$\begin{aligned} M^* &= a \log \frac{n_0}{n_M} \\ &= \frac{\beta}{2} \log \frac{n_0}{n_M} \end{aligned} \tag{8}$$

・階層別最適施設数

$$\begin{aligned} n_m^* &= n_0 \mathrm{e}^{-\frac{m}{a}} \\ &= n_0 \mathrm{e}^{-\frac{2m}{\beta}} \end{aligned} \tag{9}$$

式 (8) と式 (9) は，[1] における二次元 SS の結果と同じになる．この条件においては，輸送方法によらず，最適な階層輸送が決定されることが分かる．

4. 最適な輸送システムの計算例

S=1,$n_0 = 1000, n_M$=1 の時 (一般性は失われない)，α と β の変化による最適な 階層数 M^* と階層別施設数 n_m^* について考察する．

パラメータ α, β の輸送費用推計値として，$\alpha = 0.814$, $\beta = 0.729$ を用いる．「一般路線貨物自動車運送事業運賃料金」(1989 年) より，料金表の重量帯を大型 (10t 以下) として推定した ($R^2 = 0.98$)．

4.1 最適階層数による比較

図 2 は，式 (6) と式 (8) を図示したものである．重量のみ (A)・距離のみ (B) の場合では階層構造が生じないが，重量距離 (C) ではほぼ階層数が 5 となる．輸送費用推定値 (D) では，階層数がほぼ 3 であり，それらの中間になっている．

図 3 は，図 2 の点 D における α, β 軸それぞれでの断面である．β が減少するほど，SS と比べて階層数が急速に減少する．一方，α が減少する程，SS とは反対に階層数は減少する．これは，なるべく大きな輸送機材を使おうとするために，巡回点数が多くなり，階層数が減少すると考えられる．

また，$\alpha + \beta/2 = 1$ を境に，α, β が大きいほど MS，小さくなるほど SS において，階層数が多くなる．

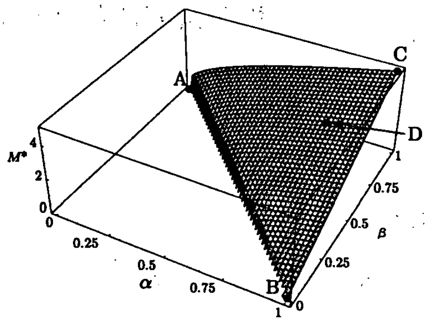

図 2: 規模の経済性 α, β と階層数 M^* の関係

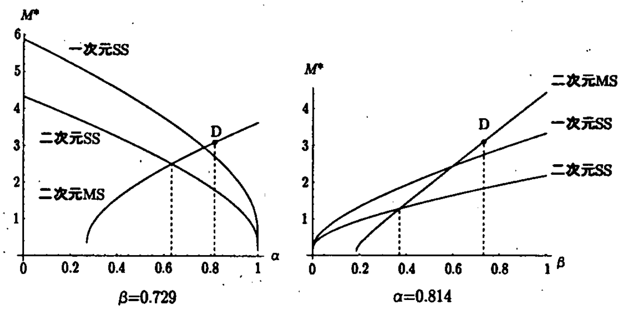

図 3: 移動方法の違いによる階層数 M^*

4.2 施設数による比較

図 では，輸送費用推計値 α, β について，式 (7) より施設数をプロットした．ともに，階層数は，施設数の対数軸に対して線形の関係がある．右上に，各施設の担当領域の模式図を示す．

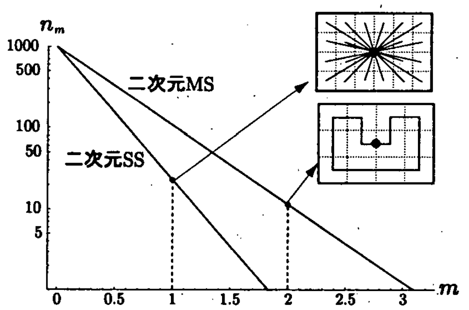

図 4: 階層数 m と $\log n_m^*$ の関係 (輸送費用推計値)

5. おわりに

本研究では，MS として担当領域内を一台のトラックで輸送する場合について定式化した．今後の課題として，SS との中間になるような，MS での配置台数の最適化についても考慮する必要がある．

参考文献

[1] 渡部大輔・鈴木勉: 規模の経済性を考慮した階層的収集・配送輸送システムに関する研究, 日本都市計画学会学術研究論文集, **35**, 1027-1032, 2000.

[2] 渡部大輔・鈴木勉: 一次元都市における最適な集約・分配輸送システムに関する研究, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2000 年度春季研究発表会アブストラクト集, 136-137, 2000.

[3] Bearwood, J. , Halton, J. H. and Hammersley, J. M. :The Shortest Path Through Many Points, *Proceedings Cambridge Philosophical Society*, **55**, 299-327, 1959.

[4] Larson, R. C. and Odoni, A. R. :*Urban Operations Research*, Prentice-Hall, 1986.

[4] Daganzo, C. F. :*Logistics Systems Analysis*, Springer, 1999.