2003年日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

交通ネットワークにおける動的利用者均衡の変分不等式による定式化と解法

京都大学大学院情報学研究科　*岡崎　大志　OKAZAKI Hiroshi
京都大学大学院情報学研究科　福島　雅夫　FUKUSHIMA Masao

1　動的利用者均衡 (DUE)

現実の交通ネットワークを対象に, 需要 OD フローと配分原則が与えられたときに, ネットワークの各リンクを流れるフローの状態を予測する問題を交通流配分問題と呼ぶ. ここで等時間配分原則「各 OD ペアについて, 利用される経路の旅行時間はみな等しく, 利用されない経路の旅行時間より小さいか, または等しい」のもとでの均衡フローを求める問題が利用者均衡配分である. これは各利用者がネットワークに関する完全情報を得ており, 各自が自分の旅行時間が最短となるように経路選択を行う結果生じる均衡状態である. 本研究の目的は, この配分原則が考察するすべての時刻において成立するときに, 与えられた動的な需要 OD フローに対して生じる均衡状態の動的均衡フローパターンを求めることである. このような均衡は動的利用者均衡（DUE : Dynamic User Equilibrium）と呼ばれる.

2　既存の研究との比較

これまでの研究により, フローの発生源（起点）が唯一でフローの吸収源（終点）が多数あるネットワーク（一起点・多終点ネットワーク）またはフローの起点が多数で終点が唯一であるネットワーク（多起点・一終点ネットワーク）における DUE 配分はそれぞれ出発時刻別分解, 到着時刻別分解を行うことによって非線形相補性問題（NCP）として定式化できることが示されている [1], [2]. ところが, これらの研究では, もともと等式条件と相補性条件が混ざった条件で表されているものを, 等式条件を相補性条件に書き直すことで, 相補性条件に統一することを行っている. これに対して, 本研究では等式条件はそのまま等式条件として扱い, 相補性条件と等式条件が混在する問題 (MCP) を直接解くことを試みる.

3　定式化

3.1　一起点・多終点モデル

ノード集合 $\mathcal{N}$、リンク集合 $\mathcal{L}$ からなる一起点・多終点ネットワーク $G(\mathcal{N},\mathcal{L})$ を考える. 動的なネットワークフローが満たすべき条件として, 起点 o 以外のノードに対しては, ある時刻 t までに流入した交通量, 時刻 t までに流出した交通量, および時刻 t までに吸収された交通量とのあいだにフロー保存則が成立しなければならない. すなわち, それぞれ時刻 t までにリンク (i,j) に流入したフローの累積量 $A_{ij}(t)$, 時刻 t までにリンク (i,j) から流出したフローの累積量 $D_{ij}(t)$, 時刻 t までにノード j に吸収されたフローの累積量 $Q_j(t)$ に関して,

$$\sum_{i\in\mathcal{I}_j} D_{ij}(t) - \sum_{k\in\mathcal{O}_j} A_{jk}(t) - Q_j(t) = 0,\ \forall j \in \mathcal{N},\ j \neq o$$

が成立する. ここで, $\mathcal{I}_j$はノード j を終点とするリンクの起点ノード集合, $\mathcal{O}_j$はノード j を起点とするリンクの終点ノード集合を表す.

以下では, 各リンクにおいて追い越しはない, すなわち FIFO が成立すると仮定する. そして, 各リンクは自由走行リンクと待ち行列リンクの二種類のサブリンクから構成されるものとし, 待ち行列リンクに最大流出率を設定することにより, 各リンクに対してリンクコスト関数を定義する. そのとき, DUE 配分が満たすべき条件は, リンク (i,j) への流入率 $\lambda_{ij}(t)$ および時刻 t にリンク (i,j) へ流入するフローが経験するリンク (i,j) のリンクコスト $C_{ij}(t)$ を用いて次のように与えられる.

$$\left\{\begin{array}{rcl} \lambda_{ij}(t)\cdot\{C_{ij}(t)+\pi_i(t)-\pi_j(t+C_{ij}(t))\} & = & 0 \\ \lambda_{ij}(t)\geq 0,\ C_{ij}(t)+\pi_i(t)-\pi_j(t+C_{ij}(t)) & \geq & 0 \\ \forall(i,j)\in\mathcal{L} & & \end{array}\right.$$

ここで $\pi_i(t)$ は時刻 t にノード i に到着するための起点からの最短所要時間を表す. これらの条件はすべて実時刻に対する条件となっており, このままでは取り扱いが困難である. しかし, 起点が唯一であるということと, 各リンク内において FIFO が成立するという仮定より, 時点 ν に起点を出発するフローは, 時点 ν より後に起点を出発するフローによる影響を一切受けず, そのフローパターンは起点出発時点 ν 以前に起点を出発するフローに関する情報のみから決定される. したがって, 一起点・多終点モデルにおける DUE 配分は, 起点出発時点別に問題を分解し, 起点出発時刻に関して前向きに逐次計算を行うことにより求めることができる [2]. 起点出発時点間隔を Δ とし, 時刻 $(\nu-1)\Delta$ と $\nu\Delta$ の間に発生したフローのうちリンク (i,j) を利用するフローを Δ で割ったものを y_{ij}^{ν}, 時刻 $\nu\Delta$ に

起点を出発するフローの,起点からノード i までの最短所要時間をτ_i^νとすると,起点を時刻$\nu\Delta$に出発するフローが経験するリンク (i,j) のリンクコスト c_{ij}^νは y_{ij}^νとτ_i^νの関数として表される.これによりフロー保存則,および DUE 条件は以下のように表される.

$$\begin{cases} y_{ij}^\nu \cdot (c_{ij}^\nu + \tau_i^\nu - \tau_j^\nu) & = & 0 \\ y_{ij}^\nu \geq 0, \quad c_{ij}^\nu + \tau_i^\nu - \tau_j^\nu & \geq & 0, \ \forall \nu \in U, \ \forall (i,j) \in \mathcal{L} \\ \sum_{i \in \mathcal{I}_j} y_{ij}^\nu - \sum_{k \in \mathcal{O}_j} y_{jk}^\nu - q_j^\nu & = & 0, \ \forall j \in \mathcal{N}, \ j \neq o \end{cases}$$

ここで U は起点出発時点集合であり,q_j^νは時刻 $(\nu-1)\Delta$と$\nu\Delta$の間に発生したフローのうち j を終点とするフローをΔで割ったものである.これは等式条件と相補性条件が混在する条件式であり,このような条件を満たす解を求める問題は,直方体上の変分不等式問題（BVIP）あるいは混合相補性問題（MCP）と呼ばれる問題のクラスに含まれる [3][4].

3.2 多起点・一終点モデル

多起点・一終点モデルについては,各リンクに対して最大流出率の代わりに,最大流入率を設定することにより BVIP として定式化できる.さらに,終点到着時刻別に問題を分解し,到着時刻に関して後ろ向きに逐次計算を行うことにより DUE 配分を求めることができる.

4 数値実験

BVIP に対する一般化ニュートン法 [4] をもちいて,簡単な一起点・多終点モデルにおける DUE 配分を求めた. 実験でもちいた一起点・多終点ネットワークは図 1 のような 1 起点 3 終点ネットワークである. ネットワークの各パラメータおよび, 10

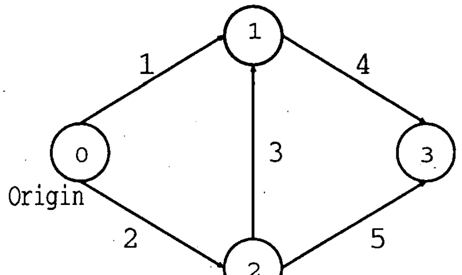

図 1: 1 起点 3 終点ネットワーク

個の起点出発時点に対する需要 OD フローを

$$\begin{cases} q_1^\nu = 200, \ q_2^\nu = 200, \ q_3^\nu = 200 \quad (1 \leq \nu \leq 5) \\ q_1^\nu = 120, \ q_2^\nu = 120, \ q_3^\nu = 300 \quad (6 \leq \nu \leq 10) \end{cases}$$

として得られたリンク 4 における累積流入フロー,累積流出フロー, 存在フローを図 2 に表す. 横軸は実時刻, 縦軸はフローの量を表している.

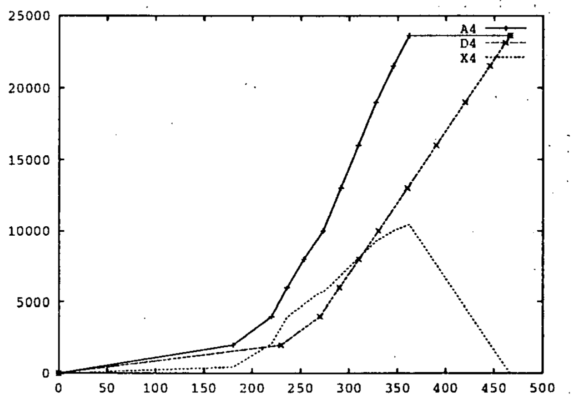

図 2: 実時刻に対するリンク 4 の累積流入 (A4)・流出量 (D4)・存在フロー (X4)

5 まとめ

一起点・多終点および多起点・一終点のネットワークにおける DUE 配分が BVIP として定式化でき, 一般化ニュートン法をもちいることにより, DUE フローパターンが効率的に計算できることを確かめた.

参考文献

[1] 土木学会土木計画学研究委員会（編）, 交通ネットワークの均衡分析–最新の理論と解法, 土木学会, 2000.

[2] 赤松隆・桑原雅夫, 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分– 1 起点・多終点および多起点・1 終点 OD ペアの場合, 土木学会論文集 No.488 (1994), pp. 21-30.

[3] 福島雅夫, 非線形最適化の基礎, 朝倉書店, 2001.

[4] Christian Kanzow, Masao Fukushima, Solving box constrained variational inequalities by using the natural residual with D-gap function globalization, Operations Research Letters 23 (1998) pp. 45-51.