確率計画法による発電機起動停止問題

01205890（財）電力中央研究所 椎名 孝之 Takayuki SHIINA

1. はじめに

様々の分野で発生する現実の数理計画問題には,目的関数および制約条件に不確実要素を伴う場合が多い.不確実な状況から生じるリスクを回避するためには,現実システムの不確実性をモデル化し,確率的変動要素を考慮することが必要となる.このような不確実要素を直接モデルに組み入れた最適化手法は,確率計画法 [1, 4] と呼ばれている.電力システムにおけるシステムの計画・運用などの問題は数理計画問題として取り扱うことができる.これらの問題には不確実性が含まれているために,確率計画法を適用することが可能である [2, 3]. 今後予想される電力自由化や規制緩和の進展により,不確実な状況下での意思決定やリスク管理手法が重要となるため,確率計画法の理論,手法のより一層の進展が求められている.

本論文では,発電設備の起動停止問題 (Unit Commitment Problem) を考える.この問題は,時間帯ごとに与えられた電力需要を満たすように,各発電機の起動停止スケジュールおよび発電量を求める問題であり,大規模かつ複雑なスケジューリング問題である.従来は電力需要を確定値で与えたモデルが用いられていたが,電力需要の変動を考慮したモデル [5, 6] が開発された.本研究では,これらのモデルを改良して現実のシステムの運用を反映させ,かつ電力需要の不確実性を考慮した新たな確率計画モデルを開発する.この問題を解くための解法では,ラグランジュ緩和法によって各発電設備毎に問題を分割することにより,効率的にスケジュールを生成し,同時に電力需要を満たすようにスケジュールを合成する.本手法により,需要変動による供給費用コスト上昇のリスクを回避することができる.

2. シナリオツリーによる需要変動の表現

起動停止の運用を $t = 1, \ldots, T$ の離散的な時間で考える.時間帯 t における電力需要 $\tilde{d}_t$ を確率変数であると定義し,その実現値を d_t と表す.確率変数 $\tilde{d}_t$ は有限の離散分布に従うと仮定する.T 時間にわたる確率変数の実現値の組 $d = (d_1, \ldots, d_T)$ をシナリオと呼ぶ.分布の離散有限性から,シナリオの個数を S 個と定義し,s 番目のシナリオ $d^s = (d_1^s, \ldots, d_T^s)$ が生起する確率を $p_s (\sum_{s=1}^{S} p_s = 1)$ とする.シナリオは次の Fig.1 において,ツリーの根ノードから末端のノードへの路として表される.

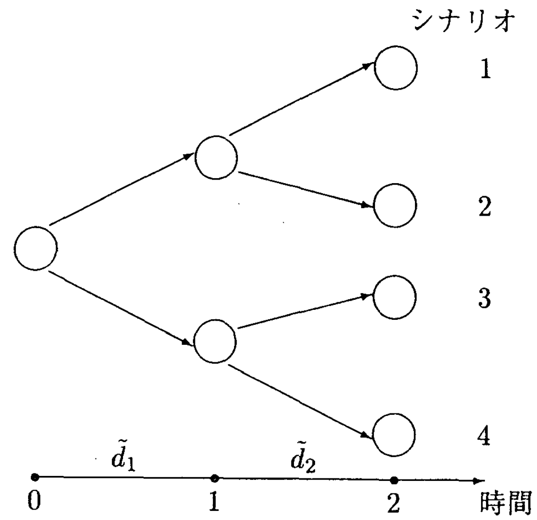

Fig. 1. シナリオのツリー表現

2 つのシナリオ d^{s_1}, d^{s_2} $(s_1 \neq s_2)$ がある時間帯 t までの履歴において,$(d_1^{s_1}, \ldots, d_t^{s_1}) = (d_1^{s_2}, \ldots, d_t^{s_2})$ を満たす場合,これらは時間帯 t までツリー上の同じ路をたどる. 2 つのシナリオ d^{s_1}, d^{s_2} に対する意思決定は等しくなければならない. 意思決定者は,時間 t の段階ではシナリオ d^{s_1} と d^{s_2} が将来 2 つの異なるシナリオに分岐することを見越して決定を行うことができない.時間 t では $t+1$ 時間以降の将来に関する情報が意思決定者には与えられておらず,時間 t までの d_t の履歴に従って決定をしなければならないためである.この条件を予測不可能性条件 (nonanticipativity) と呼ぶ.シナリオの添字集合 $\{1, \ldots, S\}$ は各時間において,互いに素な部分集合に分割できる.時間 t までの履歴においてシナリオ s と等しいシナリオの添字集合を $B(s,t)$ で表す.Fig.1 においては,$B(1,1) = B(2,1) = \{1,2\}, B(3,1) = B(4,1) = \{3,4\}$ となる.条件 $B(s',t) = B(s,t)$ かつ $B(s',t+1) \neq B(s,t+1), s' < s$, が満たされるならば,シナリオ s とシナリオ s' は時間 $t+1$ にツリー上で分岐する.シナリオ s が全ての $s' < s$ と過去の履歴を共有しない最初の時間を $\mathcal{T}(s)$ で表し,シナリオ s の分岐点と呼ぶ.シナリオ 1 に対しては,$\mathcal{T}(1) = 1$ とおく.Fig.1 の例では,$\mathcal{T}(2) = \mathcal{T}(4) = 2, \mathcal{T}(3) = 1$ である.

3. 確率計画法による定式化

確率計画法に基づく起動停止問題モデルを以下の問題 (SUC) に示す.従来の確率計画モデル [5, 6] では,起動停止に関わる 0-1 変数はシナリオ毎に

変動するものであった.現実の電力システムにおける運用では,発電機の起動停止スケジュールは需要予測に基づいて固定され,需要変動は発電機の出力によって対応するものである.供給コストの変動リスクを把握し,需要変動に応じて的確な運用を求めるためには,このような現実に即した確率計画モデルを考えることが重要である.以下 I 個の発電機による電力供給を考える.変数 u_{it} は発電機 i の時間 t における状態を表す 0-1 変数である.変数 x_{it}^s は発電機 i のシナリオ s における時間 t の出力である.起動・停止を表す 0-1 変数 u_{it} は全シナリオを通じて固定であるが,出力を表す変数 x_{it}^s はシナリオに応じて変動することに注意されたい.関数 $f_i(x_{it}^s)$ は発電機 i の燃料費を表す x_{it}^s の 2 次関数である.関数 $g_i(u_{i,t-1}, u_{i,t})$ は発電機 i の起動費用を表し,$(u_{i,t-1}, u_{i,t}) = (0,1)$ の時に正の起動費用となり,それ以外の場合には 0 となる関数である.

(SUC): min

$$\sum_{s=1}^{S} p_s \sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} f_i(x_{it}^s)u_{it} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} g_i(u_{i,t-1}, u_{i,t}) \tag{3.1}$$

subject to

$$\sum_{i=1}^{I} x_{it}^s \geq d_t^s, t = 1,\ldots,T, s = 1,\ldots,S \tag{3.2}$$

$$u_{it} - u_{i,t-1} \leq u_{i\tau}, \tau = t+1,\ldots,\min\{t+L_i-1, T\}, \quad i = 1,\ldots,I, t = 2,\ldots,T, s = 1,\ldots,S \tag{3.3}$$

$$u_{i,t-1} - u_{it} \leq 1 - u_{i\tau}, \tau = t+1,\ldots,\min\{t+l_i-1, T\}, \quad i = 1,\ldots,I, t = 2,\ldots,T, s = 1,\ldots,S \tag{3.4}$$

$$q_i u_{it} \leq x_{it}^s \leq Q_i u_{it}, i = 1,\ldots,I, t = 1,\ldots,T, \quad s = 1,\ldots,S \tag{3.5}$$

$$x_{it}^{s_1} = x_{it}^{s_2}, i = 1,\ldots,I, t = 1,\ldots,T, \quad \forall s_1, s_2 \in \{1,\ldots,S\}, s_1 \neq s_2, B(s_1,t) = B(s_2,t) \tag{3.6}$$

$$u_{it} \in \{0,1\}, i = 1,\ldots,I, t = 1,\ldots,T, s = 1,\ldots,S \tag{3.7}$$

目的関数 (3.1) は,供給コストの最小化である.供給コストは,燃料費の全てのシナリオに対する期待値と起動費用の総和となる.制約 (3.2) は,出力の総和が電力需要を満たすための条件である.制約 (3.3) は,発電機 i は一旦起動したら L_i 時間連続で運転しなければならないことを表す.同様に制約 (3.4) は,発電機 i は一旦停止したら l_i 時間連続で停止しなければならないことを表す.制約 (3.5) は発電機の出力の上下限を与える.Q_i, q_i はそれぞれ発電機 i の出力の上限値,下限値である.制約 (3.6) は予測不可能性を表す.

4. 解法のアルゴリズム

- ステップ **0.** 初期ラグランジュ乗数が与えられている.
- ステップ **1.** 需要制約を緩和した問題を解く.出力 $x_{it}^{*s}, i = 1,\ldots,I, s = 1,\ldots,S, t = \tau(s),\ldots,T$ を求めた後に,動的計画法により $u_{it}^*, i = 1,\ldots,I, t = 1,\ldots,T$ を求める.
- ステップ **2.** ヒューリスティック手法により出力 $x_{it}^{*s}, t = \tau(s),\ldots,T, s = 1,\ldots,S$ を修正する.
- ステップ **3.** ラグランジュ乗数を更新する.
- ステップ **4.** ステップ **1.** へ.

Fig. 2. (SUC) を解くアルゴリズム

5. 結語

本論文では,発電機起動停止問題に対して現実のシステムの運用を反映させ,かつ電力需要の不確実性を考慮した新たな確率計画モデルを開発した.本手法により,需要変動による供給費用コスト上昇のリスクを回避することができる.今後予想される電力自由化に向けて,電力取引などを考慮したモデルを開発することが課題である.

References

[1] J. R. Birge and F. Louveaux: *Introduction to Stochastic Programming* (Springer-Verlag, 1997).

[2] T. Shiina, Numerical solution technique for joint chance constrained programming problem –an application to electric power capacity expansion–. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **42**(1999) 128–140.

[3] T. Shiina, L-shaped decomposition method for multi-stage stochastic concentrator location problem. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **43**(2000) 317–332.

[4] 椎名孝之, 確率計画法. In 久保幹雄, 田村明久, 松井知己編, 応用数理計画ハンドブック (第 13 章 (710–769), 朝倉書店, 2002).

[5] S. Takriti, J. R. Birge and E. Long: A stochastic model for the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, **11**(1996) 1497–1508.

[6] S. Takriti and J. R. Birge: Lagrangian solution techniques and bounds for loosely coupled mixed-integer stochastic programs. *Operations Research*, **48**(2000) 91–98.