2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

小売店舗での消費者のカテゴリー購買行動モデル

01207094 大阪大学 *里村卓也 SATOMURA Takuya

1 はじめに

現在，日本の食品・日用品分野では多くのメーカーと小売業者の間でカテゴリー・マネジメントが実践されている．カテゴリー・マネジメントとはカテゴリーを戦略事業単位として考え，小売店舗ごとにカテゴリーを管理していく手法である．カテゴリー・マネジメントは1990年代に入り，米国より日本に紹介されたが，メーカーにとっては小売業支援の手段として急速に普及をしていった．小売業者にとっても，店舗別の品揃えや価格政策の決定を自社内で行うよりもメーカーからの豊富な情報に基づき行ったほうがよいという考えのもと，数多くの取り組みが進んでいる．

実務においては、カテゴリーの浸透率と購買頻度からカテゴリー戦略を決定したり、特定カテゴリー購買者の総購入個数を比較してカテゴリーの重要度を比較したりすることが頻繁に行われている。

本研究では，このような実務で実行されているカテゴリー・マネジメントの理論について数理モデルを用いた検討を行い，モデルの妥当性について実証分析を行うものである．

2 購買行動のモデル化

2.1 購買頻度のモデル化

期間中の個人の総購入個数を S とする．X_i をカテゴリー i の購入回数，π_i をカテゴリー i の購買確率（期間中のカテゴリ i のシェア）とする．今，総購入個数 S は平均 ξ のポアソン分布に従い，購買の発生はベルヌーイ分布に従うとすると

$$\Pr(S=s)=\frac{\exp(-\xi)\xi^s}{s!} \tag{1}$$

$$\Pr(X_i=x_i|S)=\begin{pmatrix} S \\ x_i \end{pmatrix}\pi^{x_i}(1-\pi_i)^{S-x_i} \tag{2}$$

である．従って式 (1)，式 (2) より

$$\Pr(X_i=x_i)=\sum_{s=x_i}^{\infty}\Pr(X_i=x_i|S)\Pr(S=s)$$
$$=\frac{(\pi_i\xi)^{x_i}\exp(-\pi_i\xi)}{x_i!} \tag{3}$$

となる．

ここで $\boldsymbol{\pi}=(\pi_1,\dots,\pi_m)$ の確率密度を $g(\boldsymbol{\pi})$，ξ の確率密度を $g(\xi)$，$\lambda_i=\pi_i\xi$，$\boldsymbol{\lambda}=\sum_{i=1}^m\lambda_i$ とする．さらに π_i と ξ は独立であると仮定する．

中西 (1984) の多変量における独立ガンマ分布仮定を利用する．もし $\lambda_i(i=1,2,\dots,m)$ が互いに独立な正の確率変数であり，$\boldsymbol{\lambda}$ と $\boldsymbol{\pi}(=\pi_1,2,\dots,m)$ が独立であれば，$\boldsymbol{\lambda}$ はガンマ変量でありその同時密度関数は次式で与えられる．

$$g(\boldsymbol{\lambda})=\prod_{i=1}^{m}\frac{\exp(\lambda_i/\beta)\lambda_i^{\alpha_i-1}}{\Gamma(\alpha_i)\beta^{\alpha_i}} \tag{4}$$

ただし $\alpha_i(i=1,2,\dots,m)$ と β はパラメータである．$\lambda_i(i=1,2,\dots,m)$ は共通の位置パラメータ β を持っている．

式 (3) と式 (4) より

$$\Pr(X_i=x_i)$$
$$=\frac{\Gamma(x_i+\alpha_i)}{x_i!\Gamma(\alpha_i)}\left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{\alpha_i}\left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{x_i} \tag{5}$$

となる．

2.2 浸透率，平均購買頻度と購買頻度モデル

家計 $h(=1,\ldots,N)$ におけるカテゴリー $i(=1,\ldots,M)$ の期間中購買行動を考える．家計 h のカテゴリー i の購買の有無を b_{hi} とする．ただし b_{hi} は家計 h がカテゴリー i を購買すれば 1, それ以外では 0 をとる変数とする．w_{hi} は家計 h の期間中カテゴリー i の購買頻度とする

カテゴリー i の浸透率を b_i，カテゴリー i の購買者中の平均購買頻度を w_i とすると

$$b_i = \frac{\sum_{h=1}^{N} b_{hi}}{N}, \quad w_i = \frac{\sum_{h=1}^{N} w_{hi}}{\sum_{h=1}^{N} b_{hi}} \tag{6}$$

である．

式 (5) より

$$b_i = Pr(X_i > 0) = 1 - \left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{\alpha_i} \tag{7}$$

$$w_i = E[X_i|X_i > 0] = \frac{\alpha_i \beta}{b_i} \tag{8}$$

となる．式 (7) と式 (8) より，

$$w_i = \frac{\log(1-b_i)}{b_i} \frac{\beta}{-\log(\beta+1)} \tag{9}$$

であり，w_i は $b_i (0 < b_i < 1)$ の単調増加関数であることが分かる．

以上より，もしある店舗での消費者の購買行動がこれらの仮定に従うのであれば，カテゴリー i の浸透率 b_i が上がればカテゴリー i の購買者中の平均購買頻度 w_i も上昇することがわかる．

2.3 浸透率，期間中平均購買個数と購買頻度モデル

次に浸透率と期間中平均購買個数との関係についてみる．まず，$\boldsymbol{X} = (X_1,\ldots,X_m)$ の分布については

$$\Pr(\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x}) = \prod_{i=1}^{m} \Pr(X_i = x_i) \tag{10}$$

である．式 (5) と式 (10) から期間中平均購入個数 S は，

$$\Pr(S = s) = \frac{\Gamma(s+\alpha.)}{s!\Gamma(\alpha.)} \left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{\alpha.} \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{s} \tag{11}$$

である．ただし，$\alpha. = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i$.

式 (7) より，

$$\alpha_i = \frac{\log(1-b_i)}{-\log(\beta+1)} \tag{12}$$

であるから α_i は b_i の単調増加関数となっている．

カテゴリー i 購入者中の期間中平均購買個数は

$$\Pr(S = s|x_i > 0) = \frac{1}{1-(\beta+1)^{-\alpha_i}} \frac{\Gamma(s+\alpha}{s!\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{\alpha} \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{s} \tag{13}$$

$\alpha^i = \alpha. - \alpha_i$ とすると

$$E[S|x_i > 0] = \frac{1}{1-(\beta+1)^{-\alpha_i}} (\alpha^i + \alpha_i)\beta \tag{14}$$

$E[S|x_i > 0]$ は α_i の単調増加関数である．式 (12) から明らかなように α_i は b_i の単調減少関数であるので $E[S|x_i > 0]$ は b_i の単調減少関数であることがわかる．以上より，浸透率 b_i が低いカテゴリーの購買者ほど，期間中平均購入個数が多くなることがわかる．

3 実証分析

実証分析結果については当日発表する予定である．

参考文献

中西正雄 (1984)「ブランド購買行動と負の多項分布」マーケティング・サイエンス No.24, p.p.1-11.