

放射・環状交通網都市における交通路と居住地の最適配分問題

02005150 中央大学 *伊藤 玲 ITO Akira
01303730 中央大学 田口 東 TAGUCHI Azuma

1. はじめに

東京をはじめとする大都市への人口および機能の集中は、多くの利便性をもたらす一方、交通渋滞や通勤圏の拡大による移動時間の増大などを引き起こし社会問題となっている。問題の多くは都市構造に起因するものであり、その発生メカニズムや改善策を考えるためには、都市構造の特質を捉え分析をおこなうことが必須である。

本研究の目的は、都市空間を土地利用（交通路と居住地の配分）という観点から数理的にモデル化することである。モデルの構成要素として交通路と居住地の配分の他に、速度と交通量の関係、経路選択なども考慮する。都市の効率を計る指標として総移動時間を考え、効率のよい都市構造、すなわち総移動時間が最小となる都市構造を求める最適化問題を定式化する。

2. モデルの定義

半径 R の円形都市領域 D について考え、交通路として“無数の放射・環状交通網”を仮定する。

まず[3]とほぼ同様に以下を定義する。

- b : (単位時間あたりの交通発生率) [h]
 N : (都市人口) [人]
 ρ : (単位面積あたりの人口密度) [人/m²]
 $f(r)$: (都市の中心から距離 r での居住地面積率)

これらに加え、以下の定義を行う。

2.1 交通量と速度の関係

交通の流れを流れ全体の平均的な特性で把握する場合には、交通流率(q)、交通密度(k)、平均速度(v)などの状態量が用いられる。これら状態量の間には定義より、 $q = kv$ の関係が成り立っている。

3つの状態量のうち、平均速度と交通密度の関係が線形式で決まる、すなわち以下の式が成り立つとする。

$$v = v_f (1 - k/k_f)$$

ここで、 v_f は平均速度の上限値 (自由速度)、 k_f は交通密度の上限値 (飽和密度) であり、飽和密度 k_f で平均速度が0になるとしている。“交通路を通過することのできる数”と“交通路を通過する数”が等しくなるように交通路を用意すると仮定すると、交通容量は交通流率と同じ値となる。ここでは交通容量を増加させることを考えているので、交通密度と平均速度がそれぞれ臨界密度 k_c 、臨界速度 v_c を超えるという状況は排除したい。よって、 k および v には以下の条件式が成り立つとする。

$$k \leq k_c = k_f/2, \quad v \geq v_c = v_f/2$$

この条件の下で v について導くと次式のようになる。

$$v = v_f/2 + \sqrt{v_f^2/4 - v_f q/k_f}$$

2.2 経路選択

始終点のなす角が2ラジアン未満の場合は最短経路を利用し、2ラジアン以上のとき経路選択をおこなうとする。

- 経路1 : 始終点のうち、中心に近い方の環状路を利用
 経路2 : 放射路を利用

経路の選択率は始点のみによるものとし、終点によって変化しないとする。都市の中心から距離 r の点を始点とする交通について、経路1の選択率を $\mu(r)$ とすると、 $\mu(r)$ は割合なので $0 \leq \mu(r) \leq 1$ という条件が存在し、経路2の選択率は $1 - \mu(r)$ と表わすことができる。

2.3 交通需要を満たす、交通路と居住地の配分

半径 R の円形都市において、半径 r ($0 \leq r \leq R$) でその内側に微小幅 dr を持つ円環領域を考える。このとき交通需要を満たす条件は、 C 内の総走行距離を $L(r)$ 、交通容量を c とすると次のようになる。

$$(\text{交通路面積}) \geq L(r) \times c^{-1}$$

“交通路を通過することのできる数”と“交通路を通過する数”が等しくなるように交通路を用意すると仮定すると、交通容量 c と交通流率 q は同じ値をとるので、

$$q = L(r) / (\text{交通路面積})$$

と表わすことができる。

3. モデルの定式化

3.1 交通流率と平均速度

都市の中心から距離 r での放射路および環状路の交通流率をそれぞれ $q_r(r)$ 、 $q_a(r)$ とし、そこでの各々の交通路面積率を $g_r(r)$ 、 $g_a(r)$ とする。都市の中心から距離 r の点を始点とする交通について、経路1 (環状路) の選択率を $\mu(r)$ とすると、各々の交通流率は以下のように表わすことができる。

・交通流率 (放射路)

$$q_r(r) = \frac{4\rho^2 b}{r g_a(r)} \left\{ (\pi - 2) \int_r^R (1 - \mu(r_1)) f(r_1) r_1 dr_1 + \pi \int_0^r f(r_1) r_1 dr_1 \right\} \int_r^R f(r_2) r_2 dr_2$$

・交通流率 (環状路)

$$q_a(r) = \frac{4\rho^2 b}{r g_a(r)} f(r) r^2 \left\{ \left(2 + \frac{\pi^2 - 4}{2} \mu(r) \right) \int_r^R f(r_2) r_2 dr_2 + \frac{\pi^2 - 4}{2} \int_r^R \mu(r_2) f(r_2) r_2 dr_2 \right\}$$

交通流率と2.1節の平均速度 v の式から、都市の中心から距離 r での各々の平均速度 $v_r(r)$ 、 $v_a(r)$ を定めることができ、以下のように表わすことができる。

・平均速度 (放射路)

$$v_r(r) = v_{rf}/2 + \sqrt{v_{rf}^2/4 - v_{rf} q_r(r)/k_{rj}}$$

・平均速度 (環状路)

$$v_o(r) = v_{of}/2 + \sqrt{v_{of}^2/4 - v_{of} q_o(r)/k_{oj}}$$

ここで v_{rf} , v_{of} はそれぞれ放射路および環状路の自由速度であり, k_{rj} , k_{oj} はそれぞれ放射路および環状路の飽和密度である.

3.2 移動時間

半径 R の円形都市において, 半径 $r(0 \leq r \leq R)$ でその内側に微小幅 dr を持つ円環領域 C を考える. このとき円環領域 C を通過するのに必要な時間は,

$$z = (\text{C 内の総走行距離}) / (\text{C 内の平均速度})$$

と表わすことができるので, 放射路および環状路の移動時間をそれぞれ $z_r(r)$, $z_o(r)$ とすると,

・移動時間 (放射路) : C を径に沿って移動する時間

$$z_r(r) = \frac{8\pi\rho^2b}{v_r(r)} \left\{ (\pi-2) \int_r^R (1-\mu(r_1)) f(r_1) r_1 dr_1 + \pi \int_0^r f(r_1) r_1 dr_1 \right\} + \int_r^R f(r_2) r_2 dr_2$$

・移動時間 (環状路) : C を円周に沿って移動する時間

$$z_o(r) = \frac{8\pi\rho^2b}{v_o(r)} f(r) r^2 \left\{ \left(2 + \frac{\pi^2-4}{2} \mu(r) \right) \int_r^R f(r_2) r_2 dr_2 + \frac{\pi^2-4}{2} \int_r^R \mu(r_2) f(r_2) r_2 dr_2 \right\}$$

と表わすことができる.

総移動時間を求めるにあたり, 都市領域 D を環状に分割して離散化し, 移動時間を足し合わせた. したがって, 放射路の総移動時間を T_r , 環状路の総移動時間を T_o とすると, 総移動時間 T は以下のように表わすことができる.

$$T = T_r + T_o = \sum_{r \in D} z_r(r) + \sum_{r \in D} z_o(r)$$

3.3 定式化

以上の定義および仮定を用いて総移動時間最小化問題を定式化する.

変数

- $f(r)$ (都市の中心から距離 r での居住地面積率)
- $\alpha_r(r)$ (中心から距離 r での交通路の放射路の比率)
- $\alpha_o(r)$ (中心から距離 r での交通路の環状路の比率)
- $\mu(r)$ (中心から距離 r の点を始点とする交通の経路 1 (環状路) の選択率)

目的関数

$$\text{minimize } T = T_r + T_o = \sum_{r \in D} z_r(r) + \sum_{r \in D} z_o(r)$$

制約条件

$$N = 2\pi\rho \int_0^R f(r_1) r_1 dr_1$$

$$0 \leq f(r) \leq 1, 0 \leq \mu(r) \leq 1, 0 \leq r \leq R$$

$$g_r(r) = (1-f(r))\alpha_r(r), g_o(r) = (1-f(r))\alpha_o(r)$$

$$\alpha_r(r) \geq 0, \alpha_o(r) \geq 0, \alpha_r(r) + \alpha_o(r) \leq 1$$

$$q_r(r)/v_r(r) \leq k_{rj}/2, q_o(r)/v_o(r) \leq k_{oj}/2$$

居住地以外の領域を放射路と環状路に割り当てるとともに, 空き地の存在を許している.

4. 計算例

各パラメータの値を以下のように与えた場合の計算例を示す.

R : 3000 [m],	N : 2.4×10^5 [人],
ρ : 0.01 [人/m ²],	b : 5.0×10^{-5} [h],
v_{rf} : 10000 [m/h],	v_{of} : 10000 [m/h],
k_{rj} : 1 [人/m ²],	k_{oj} : 1 [人/m ²].

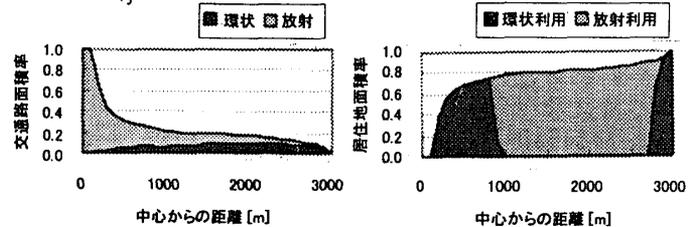


図1 交通流率

図2 居住地面積率

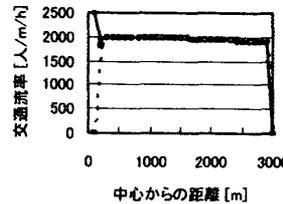


図3 交通流率

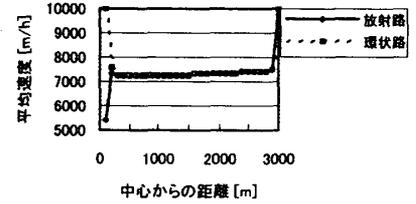


図4 平均速度

中心部がすべて放射路となり, 都市全体で多くの交通路を必要としている. そのため, 居住領域が周辺部まで広がっている. また, 中心部と周辺部に経路 1 (環状路) の利用者が多いことが分かる.

中心部以外は, 放射路と環状路の間でほとんど差がみられなかった. 全体的に平均速度が自由速度の 25% 程度減少し, 中心部では 45% の減少がみられる.

5. おわりに

“移動速度の低減による交通容量の増加” および “中心部を避けるための経路選択” という構築したモデルの特徴を確認することができた. より自然な経路選択をおこなった場合の例を, 当日発表する予定である.

参考文献

- [1] 伊藤 玲 (2002): 放射・環状交通網都市における交通路と居住地の最適配分問題. 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻 2001 年度修士論文.
- [2] 小林 亨 (2000): 交通路と居住地の配分を考慮した都市の立体構造の分析. 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻 1999 年度修士論文.
- [3] 田口 東 (1995): 都市空間の道路と住居への配分. Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.38, No.4, pp.398-408.
- [4] 山田 英之, 栗田 治, 田口 東 (2001): 放射・環状道路網を有する都市における居住地と道路の配分—交通渋滞のない円形都市—. 日本OR学会 2001 年度秋季研究発表会, 2-F-6, pp.264-265.