非連続型モデルによる河川の水収支

申請中　慶應義塾大学　*中澤 圭基　NAKAZAWA Keiki
01700130　(財) 日本数学検定協会　柳井 浩　YANAI Hiroshi
01007500　慶應義塾大学　小沢 正典　OZAWA Masanori

1 はじめに

河川においてさまざまな治水・利水への取り組みが行われているにもかかわらず，洪水やダム建設にともなう水辺環境の変化などの問題が多くある．これらの問題への工学的なアプローチが河川工学などの分野でなされているが，物理学的な側面が大きい．そこで河川全体をとらえ，ダイナミックに水や土砂などの流れをあらわすモデルを考える．このモデルを洪水や土砂輸送，水質汚染などの様々な問題に応用することにより，河川計画への知見を得ることを目的とする．

2 これまでの河川のモデル

これまでにも河川における水の流動のモデルは，いくつか存在する．その中で代表的なものに，次のモデルがあげられる．

連続方程式 流体力学のオイラーの連続方程式をベースにした微分方程式モデル．

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

$$\beta\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t} + \alpha\frac{U}{g}\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - S_f \qquad (2)$$

ここで，Q : 断面流量，S_0 : 河床勾配，S_f : 摩擦損失勾配，g : 重力加速度，α, β : 係数，A : 断面積，U : 平均流速，h : 水深，x : 流れ方向の距離．

タンクモデル 河川への流出解析のために作られたモデル． 側面および底の孔より上の水深 h に比例してタンク内の水は流出する．

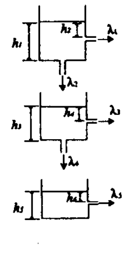

図 1: タンクモデル

河川計画の立場から河川全体の物質収支を考えるためには，これらのモデルには不都合な点もある．そこで，次の非連続型モデルを考えた．

3 非連続型モデル

3.1 基本モデル

非連続型モデルでは，河川をいくつかの区間にわける．河川を区切る位置は，定常流を考えたとき，各区間内の水量が等しくなるような位置である．ここで定常流とは，ある決まった場所ではいつでも同じ断面積と同じ流速を持つ流れである．

本研究では．この区間の概念としてコップを利用する．したがって河川は，コップの列として定義される (図 2).

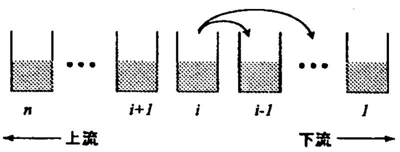

図 2: 非連続型モデル

コップによる水の流れを，次のように考える．最も下流側のコップを $i=1$ として，上流側にいくにしたがって $i=1,2,\cdots,n$ とする．水はある一定期間各コップにとどまった後，下流側のコップの水から順々にいくつかのコップに分配され，これを繰り返す．

ここで，

$H_k^i(t_j)$: 時刻 t_j にコップ i からコップ k へ分配する水量

とすると，時刻 t_j におけるコップ i の水量 $F_i(t_j)$ は，

$$\sum_{k=1}^{n} H_k^i(t_j) = F_i(t_j) \qquad (3)$$

で分配される．よって，時刻 t_{j+1} におけるコップ i の水量は次式であらわされる．

$$F_i(t_{j+1}) = \sum_{k=1}^{n} H_i^k(t_j) + G_i(t_j, t_{j+1}) \tag{4}$$

ここで，$G_i(t_j, t_{j+1})$：時刻 t_j から t_{j+1} において，コップ i への外部からの流入量（降雨，支流からの水量など），および外部への流出量（取水，分流される水量など）の和．

流速などの条件によってコップ内の水の分配のしかた，すなわち $H_k^i(t_j)$ の値が異なるので，次節で場合分けをして考える．

3.2 定常流

定常流での水量が等しくなるようにコップに分けたので，定常流ではコップ内の水はすべて１つ下流側のコップに移る．

$$H_k^i(t_j) = \begin{cases} F_i(t_j) & (k = i-1) \\ 0 & (k \neq i-1) \end{cases} \tag{5}$$

3.3 非定常流での流れ

非定常流とは時刻により断面積および流速が変化する流れである．水位の上下によって流速が増減する性質から，水位に応じて下流側にある複数のコップに分配するものとする．すなわち，

$$H_k^i(t_j) = \begin{cases} Q_k^i(F_i(t_j)) & (i \geq k \geq 1) \\ 0 & (k > i) \end{cases} \tag{6}$$

ここで，$Q_k^i(F_i(t_j))$：コップ i から k へ分配される水量．$F_i(t_j)$ のもつ流速を $V_i(t_j)$ としたとき，$H_k^i(t_j)$ は，

$$V_i(t_j) = \sum_{k=1}^{i} (i-k) \frac{H_k^i(t_j)}{F_i(t_j)} \tag{7}$$

を満たす．このとき，$V_i(t_j)$ は河川工学における平均流速公式 ((8) 式) から計算される．

$$U = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S_0^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

ここで，R：平均水深．

3.4 貯水池内での流れ

貯水池は広い断面積をもつので流速は非常に遅く，河川と異なる機構で水は流れる．そこで，隣合うコップ i と $i-1$ の水量が等しくなるように，水量が多い方から少ない方へ水を分配するものとする．ここで $r_i(t_j)$ をコップ i と $i-1$ を比較してコップ i に残った水量の和，と定義する．すなわち，

$$r_i(t_j) = H_i^i(t_j) + H_i^{i-1}(t_j) \tag{9}$$

このとき分配する水量を次のように計算する．

・$F_i \geq r_{i-1}$ のとき

$$H_k^i(t_j) = \begin{cases} (F_i - r_{i-1})/2 & (k = i-1) \\ (F_i + r_{i-1})/2 & (k = i) \\ 0 & (k \neq i-1, i) \end{cases} \tag{10}$$

・$F_i < r_{i-1}$ のとき

$$H_k^{i-1}(t_j) = \begin{cases} (r_{i-1} + F_i)/2 & (k = i-1) \\ (r_{i-1} - F_i)/2 & (k = i) \\ 0 & (k \neq i-1, i) \end{cases} \tag{11}$$

貯水池の最も下流側のコップでは，

$$r_i(t_j) = F_i(t_j) - O(t_j) \tag{12}$$

となり（$O(t_j)$：河川への流出量），下流側から逐次分配する水量を決定することになる．

3.5 非連続型モデルの特長

２章で述べた連続方程式モデルでは，局所的な水の移動を考えるので詳細なデータと高い精度が必要とされる．また連続方程式モデル，タンクモデルともに水は連続で流れるので，水に含まれる物質の沈殿や化学変化などによる物質収支を考えるのは難しいモデルとなっている．

非連続型モデルの特長は，河川の分岐，合流や貯水池も含めた河川全体の水の挙動を把握することを容易にする．同時にコップ内の物質収支も計算しやすい．

4 例題

非連続型モデルの応用として，実際の詳細なデータを得た上でシミュレーションを行うことが望ましいが，詳細なデータを得るのは容易でない．発表ではモデル河川を考え，洪水時および分流路を作ったときの流量変化について簡単なシミュレーションの結果を報告する．

参考文献

[1] 室田　明編著,「河川工学」，技報堂出版 (1986)

[2] 佐々木　達次郎著,「完全流体の流体力学」，現代工学社 (1976)

[3] 菅原　正巳著,「流出解析法」，共立出版 (1972)