牛肉購入量の微分方程式モデル
－狂牛病インパクトの影響評価－

02401920　慶應義塾大学　*中桐裕子　NAKAGIRI Yuko
01107680　慶應義塾大学　栗田　治　KURITA Osamu

1. はじめに

何らかの社会的なインパクトが原因となって，人々の行動が不連続的に変化することがある．ブームをきっかけにそれまで使用していなかった製品を使い始めたり，競合する新製品が発売されると従来の製品が売れなくなるなど，インパクトと呼べる事象は多く見受けられる．人々がインパクトをどのように行動に反映させるのか，インパクトの影響力はいつまで効き続けるのかなど興味が湧くところである．本稿ではこの“インパクト”について解析的に把握するための一試みとして，基礎的な成長側を活用した単純な微分方程式モデルを提案する．特に実例として，2001年に日本国内で狂牛病感染牛が発見された直後に牛肉の売上が激減し，さらに時間の経過と共に売上が回復していった様子を取り上げて，モデルの検証を行う．

2. 消費財購入モデルの提案

安価で即座に購入をしやすい耐久消費財の普及過程には，次のような定数項付指数モデル（1次反応モデル）の当てはまりが良いことが確認されている[1]：

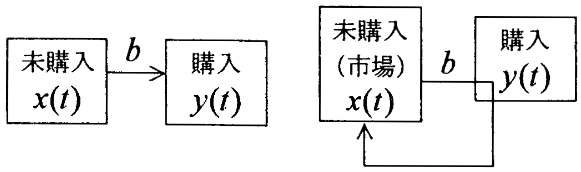
$$-\frac{d}{dt}x(t)=\frac{d}{dt}y(t)=b\,x(t),$$

b ：単位時間に財を購入する未購入者の割合，
$x(t)$ ：未購入者数，
$y(t)$ ：累積購入者数．

単位時間に商品を購入する人の数（売上数）は未購入者に比例するという構造を用いて，以下では消費財の購入過程をモデル化する．1度財を購入した後にも，（購入した財を即座に消費して）再びこれを購入するという流れを考慮すると，図1(b)より次のような定式化が可能であろう：

$$\begin{cases} x'(t)=-b\,x(t)+b\,x(t)=0, \\ y'(t)=b\,x(t). \end{cases} \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow x(t)=X,\, y(t)=bXt$$



(a)耐久消費財　　(b)消費財

図1　購入モデル模式図．

累積購入者数が時間に比例する，すなわち単位時間当たり購入者数が一定値を保ち続けるという当然の構造が現れる．このとき未購入者数Xは，対象としている商品の市場の大きさであると解釈できる．

3. 市場の大きさの想定

狂牛病感染牛の発見（インパクト）前後の牛肉売上数変動を，先に考案した消費財購入モデルを用いて記述してみる．但し前節では市場の大きさが一定値を保つとしたが，以下では市場の大きさ$x(t)$に関して，インパクト前後で期間を分けて次のような想定をする：

● $t<T$　感染牛の発見前

市場の大きさは一定値X_1を保つ．

$$x(t)=X_1,\ \text{これより}\ y(t)=b\,X_1 t\,.$$

● $t=T$　狂牛病感染牛の発見

市場の大きさが一瞬のうちにX_2に減少する．インパクトを契機にX_1-X_2人が商品購入を回避するようになったと言える．商品購入を回避している者の数を$\overline{x}(t)$と置いておく．

$$x(T)=X_2<X_1,\quad \overline{x}(T)=X_1-X_2\,.$$

● $T<t$　感染牛の発見後

単位時間当たり，購入を回避していた人の中で一定割合の人が購入活動を再開するようになると想定する．この想定の下では，市場の大きさが回復する様子は，次のような微分方程式で表現できる：

$$x'(t)=c\,\overline{x}(t)=c\left\{X_1-x(t)\right\}.$$

c ：“市場回復率”購入を回避している人のうち，
単位時間に再び購入をするようになる人の割合．

これを解くと，

$$x(t)=X_1-(X_1-X_2)\exp\left\{-c(t-T)\right\},$$

$$y(t)=bX_1t-\frac{b}{c}\left(X_1-X_2\right)\left\{1-\exp\left(-c(t-T)\right)\right\}.$$

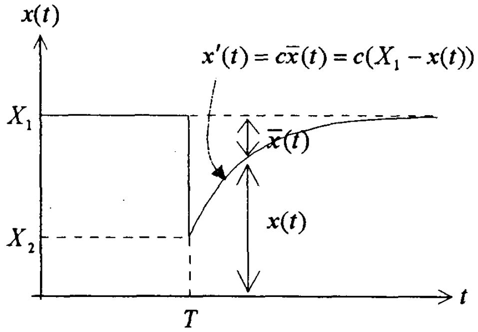


図2　市場の大きさの想定.

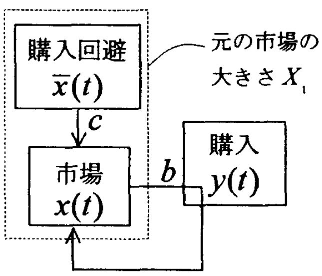


図 3　インパクト後の市場回復（売上再増）の模式図.

3. モデルの当てはめ結果

一人 1 日当たりの牛肉購入グラム数のデータ（POS データ）[2]にモデルを当てはめてみた．インパクトが加えられた時刻は狂牛病感染牛の発見日（2001/9/10）とする．インパクト以前の市場の大きさ X_1 を 1 と置き，$y(t)$ を一人当たり累積購入量，b を単位時間一人当たりの牛肉購入グラム数と読み替えて実データより値を推定した．結果を図 4 に示す．パラメータの推定結果は以下の通り：

一人 1 日当たり牛肉購入量　$b=14.10$ g/日，
インパクト直後の市場の大きさ　$X_2=0.086$，
インパクト後の“市場回復率” $c=0.0073$.

以上では一人 1 日当たりの購入量 b が一定値を保つと想定したが，市場の大きさが一定値を保ちながら b の値が変動するとして同様の議論を進めることもできる．この場合インパクト直後に，各個人の牛肉購買量が 1 割弱ほどに減少したが，牛肉購買量の減少分が毎日一定の割合 (0.007) で緩和されていったと考えられるのである．

当てはめ結果を用いて次のような知見を得た：

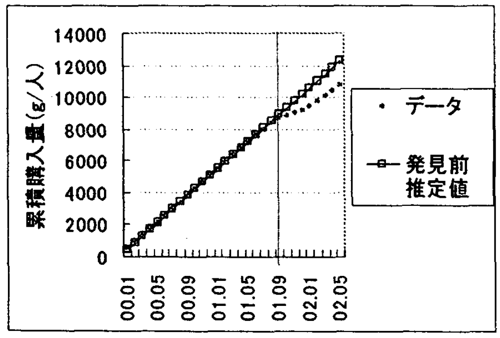


図 4(a)　インパクト前の購入量の推定.

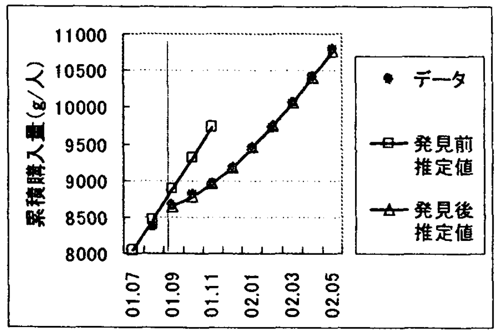


図 4(b) インパクト後の購入量の推定.

●**将来週毎売上の推定**：週毎売上 $y(t+7)-y(t)$ を計算すると，週毎売上量がインパクト前の 8 割まで復活するのは 2002 年 4 月初旬，9 割 5 分まで復活するのは 2002 年 10 月中旬であると算出された．

●**売上減少量の推定**：インパクトが加わった事による累積売上の減少量 $bX_1t-y(t)$ は，インパクト後 1 年間で約 1640g/人（約 12.0%）であると推定された．

4. まとめ

本稿では，消費意欲を阻害するような社会的なインパクトによる人々の購買活動の変化を，単純な微分方程式モデルで記述した．市場の大きさ（あるいは一人当たり商品購入量）が時間と共に回復する様子に定数項付き指数法則（1 次反応則）が良く当てはまることから，各個人が自発的に「喉元過ぎれば熱さ忘れる」という行動を取っている様子が推察できたと言えよう．対象とする商品やインパクトの種類が異なる場合の検証が課題である．

5. 参考

[1] 中桐裕子・栗田治 (1990)：階層構造を有する成長現象の微分方程式モデル—家庭用ゲーム機の販売実績に基づく分析例—. Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.45, No.1, pp.44-63.

[2] 農畜産振興事業団ホームページ　http://alic.lin.go.jp/
(2002 年 5～6 月にアクセス)