指名打者制の野球の試合における最適な代打策へのマルコフ連鎖の応用

01506960　国立スポーツ科学センター　＊廣津信義　HIROTSU Nobuyoshi
ランカスター大学　　マイク・ライト　WRIGHT Mike

1．はじめに

野球は、犠打、盗塁、敬遠策などの戦術や最適な打順について多くの研究がなされている[1,2]。しかしながら、戦術として重要な代打起用策については、未だ研究がなされていない。本報告では、野球における最適な代打起用策を、マルコフ連鎖及び動的計画法を用いて定量的に求める手法を提案する。

2．マルコフ連鎖による定式化

まず、代打起用策を検討する前段階として、代打なし（各チーム打者９人のみ）という条件で、チームが試合に勝つ確率を、連立一次方程式を解くことで直接求める手法を考案した。

具体的には試合中の場面を、イニング（表・裏を含む）、アウト数、走者の状態、得点差（後攻のリード：—２０点～＋２０点）及び打者（先行９人・後攻９人）により区別し、約１．５万の状態として定義することで、一試合全体をマルコフ連鎖としてモデル化した。各状態からの推移は、その状態での打撃の結果（１塁打、２塁打、３塁打、本塁打、四球）を導く確率を要素としてもつ行列にて記述した。打撃の結果に伴う状態推移は、D'Esopo and Lefkowitz[3]による走者の進塁モデルに従った。このモデルでは、例えば、１塁打で、１塁走者は２塁に進塁し、２・３塁走者は本塁まで戻り得点する。また、２塁打では、１塁走者は３塁に進塁するものの、本塁までは戻れない。この進塁モデルに従い、先攻のm番打者 y_m（m=1…9）、後攻のｎ番打者 x_n（ｎ=1…9）の打撃をそれぞれ、17,712 × 17,712 行列（イニング９通り×表裏２通り×アウト数３通り×走者状態８通り×得点差４１通り）P_{Vm} および P_{Hn} により表現した。

3．勝つ確率の計算方法

$\Omega_{nm}(x_1, x_2, \cdots, x_9,\ y_1, y_2, \cdots, y_9)$ を先攻の次打者が y_m（m =1…9）、後攻の次打者が x_n（n =1…9）の時、各状態で後攻が勝つ確率を要素とした 17,712× 1ベクトルとする。これらの勝つ確率を未知数として、上述した各打者の打撃に基づく推移行列を用い、状態間の推移関係を表現する事で、（１）式に示すような方程式を得た。なお、右辺の $P_{out\ n}$(n =1…9)は、それぞれ試合終了時の境界条件を与える 17,712 × 1ベクトルである。

結局（１）式は 1,434,672(17,712×先攻打者９通り×後攻打者９通り)元の連立一次方程式と同等である。しかも、D'Esopo and Lefkowitz モデルでは、各状態での推移先は６つのみなので、（１）式内の行列は疎であり、その要素位置の構造を利用することで、比較的容易に解くことができる。ここでは、ガウス・ザイデル法を用いて数値的に解(勝つ確率)を求めた。

4．最適代打策のモデル化

投手交代まで含めた選手交代策の導出は難解なので、ここでは指名打者(DH)制の下、すなわち投手は考慮しないという条件にて、チームが勝つ確率を最大にする代打起用策の決定法を考案した。これは、各選手が固有の推移行列をもつという条件で、勝つ確率を最大化する選手起用の組合せを求めるという、組合せ最適化問題とも言える。代打一人起用可の時を例に定式化すると、結局以下の方程式を解く問題に帰着できる。

$$\mathbf{\Omega}[x_p] = \max\begin{cases} \mathbf{P}_{ns}\mathbf{\Omega}[x_p] + \mathbf{P}_{out} & :\text{代打用いず} \\ \mathbf{P}^{(1\to p)}\mathbf{\Omega}^{(1\to p)} + \mathbf{P}_{out}{}^{(1\to p)} & :x_p\text{が}x_1\text{に代打} \\ \mathbf{P}^{(2\to p)}\mathbf{\Omega}^{(2\to p)} + \mathbf{P}_{out}{}^{(2\to p)} & :x_p\text{が}x_2\text{に代打} \\ \quad\vdots & \quad\vdots \\ \mathbf{P}^{(9\to p)}\mathbf{\Omega}^{(9\to p)} + \mathbf{P}_{out}{}^{(9\to p)} & :x_p\text{が}x_9\text{に代打} \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix}\Omega_{11}\\ \Omega_{12}\\ \vdots\\ \Omega_{18}\\ \Omega_{19}\\ \hline \Omega_{21}\\ \vdots\\ \Omega_{29}\\ \hline \Omega_{31}\\ \vdots\\ \Omega_{79}\\ \hline \Omega_{81}\\ \vdots\\ \Omega_{89}\\ \hline \Omega_{91}\\ \vdots\\ \Omega_{99}\end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} \begin{matrix}0 & P_{V1} & & \\ & 0 & P_{V2} & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & 0 & P_{V8} \\ P_{V9} & & & 0\end{matrix} & \begin{matrix}P_{H1} & & & \\ & P_{H1} & & \\ & & \ddots & \\ & & P_{H1} & \\ & & & P_{H1}\end{matrix} & & & \\ \hline & \begin{matrix}0 & P_{V1} & \\ & \ddots & \ddots \\ & \ddots & P_{V8} \\ P_{V9} & & 0\end{matrix} & \begin{matrix}P_{H2} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{H2}\end{matrix} & & \\ \hline & & \begin{matrix}0 & P_{V1} & \\ \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & \ddots & \ddots \end{matrix} & \begin{matrix}P_{H3} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{H7}\end{matrix} & \\ \hline & & & \begin{matrix}\ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots \\ & & \ddots \end{matrix} & \begin{matrix}P_{H8} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{H8}\end{matrix} \\ \hline \begin{matrix}P_{H9} & & \\ & \ddots & \\ & & P_{H9}\end{matrix} & & & & \begin{matrix}0 & P_{V1} & \\ & \ddots & \ddots \\ & & P_{V8} \\ P_{V9} & & 0\end{matrix} \end{array}\right) \begin{pmatrix}\Omega_{11}\\ \Omega_{12}\\ \vdots\\ \Omega_{18}\\ \Omega_{19}\\ \hline \Omega_{21}\\ \vdots\\ \Omega_{29}\\ \hline \Omega_{31}\\ \vdots\\ \Omega_{79}\\ \hline \Omega_{81}\\ \vdots\\ \Omega_{89}\\ \hline \Omega_{91}\\ \vdots\\ \Omega_{99}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}P_{out\,1}\\ P_{out\,1}\\ \vdots\\ P_{out\,1}\\ P_{out\,1}\\ \hline P_{out\,2}\\ \vdots\\ P_{out\,2}\\ \hline P_{out\,3}\\ \vdots\\ P_{out\,7}\\ \hline P_{out\,8}\\ \vdots\\ P_{out\,8}\\ \hline P_{out\,9}\\ \vdots\\ P_{out\,9}\end{pmatrix} \tag{1}$$

（2）式で、$\Omega[x_p]$は 代打 x_pが控えているという条件で後攻が勝つ確率を表す 1,434,672 × 1 ベクトル。$\Omega^{(n\to p)}$は x_n (n=1..9)の代わりに x_p を用い（控え選手なしで）後攻勝つ確率を表す 1,434,672 × 1 ベクトル。P_{ns} は（1）式内の 1,434,672×1,434,672 行列。$P^{(n\to p)}$は P_{ns} 内の P_{Hn} (n=1..9)ブロックを P_{Hp} ブロックで置き換えた 1,434,672 × 1,434,672 行列。$P_{out}^{(n\to p)}$は P_{out} 内の $P_{out\ n}$ (n=1..9)ブロックを $P_{out\ p}$ ブロックで置き換えた 1,434,672 × 1 ベクトルである。

（2）式は、動的計画法（例えば、値反復法など）を用いて解くことができ、勝つ確率を最大化する代打起用策を求めることができる。

5．計算例

本手法の応用例として、大リーグのエンジェルスが、表1に示すような代打3名を含むラインナップでアスレチックスと対戦した際、勝つ確率を最大化する代打起用策を算出した。なお、各選手の打席の推移確率は、２０００年度における打撃成績から求めた。また表中（）付けで、各選手の他の可能な守備位置を示している。また、ＤＨに対する代打者はＤＨとなり、さらにＤＨの打順は試合を通じて固定されているものとする。

表1．エンジェルスのラインナップと打撃による確率

	選手	1塁打	2塁打	3塁打	本塁打	四球	守備位置
1	Erstad	0.230	0.053	0.008	0.034	0.087	LF(CF)
2	Kennedy	0.169	0.053	0.018	0.014	0.045	2B
3	Vaughn	0.144	0.045	0.000	0.052	0.114	1B
4	Salmon	0.138	0.054	0.003	0.051	0.155	RF
5	Palmeiro	0.186	0.071	0.007	0.000	0.135	LF(RF)
6	Glaus	0.111	0.055	0.002	0.070	0.166	3B
7	Spiezio	0.125	0.033	0.006	0.050	0.119	DH(1B,3B)
8	Molina	0.196	0.040	0.004	0.028	0.046	C
9	Gil	0.154	0.042	0.003	0.018	0.091	SS
代	Anderson	0.160	0.060	0.005	0.052	0.036	CF(RF)
代	Stocker	0.111	0.050	0.012	0.000	0.123	SS
代	Walbeck	0.118	0.033	0.000	0.039	0.046	C

計算結果として、代打起用により勝つ確率を 0.01 以上増加できるような場面を表2にまとめている。表中で例えば、“9”はその場面で9番打者（Gil）に打順が回ってきた時、9番打者に代わり Anderson が代打に選ばれると、エンジェルスの勝つ確率が、矢印で示すように増加することを意味する（この場合、どの場面でも代打として Anderson が選ばれる）。一般的に試合の後半で同点ないしは数点負けているときに、代打の効果が大きいことが定量的に示されている。なお、代打要員3名というのは、計算時間から制限されているものである。

表2．代打起用により勝つ確率を０．０１以上増加できる場面（8回裏2アウト～9回裏1アウトは省略）

回	アウト	走者状態	エンジェルスの得点リード								
			-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
7回裏	2	110				7 (0.396→0.407)					
8回裏	1	011			9 (0.297→0.307)						
8回裏	1	101			9 (0.297→0.307)						
8回裏	1	110			9 (0.366→0.378)	9 (0.522→0.534)					
8回裏	1	111		9 (0.277→0.289)							
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
9回裏	2	000				9 (0.047→0.063)					
9回裏	2	001			9 (0.047→0.063)	2 (0.087→0.099) 5 (0.096→0.115) 8 (0.095→0.106) 9 (0.095→0.123)					
9回裏	2	010			9 (0.047→0.063)	7 (0.167→0.185) 9 (0.158→0.192)	7 (0.607→0.621) 9 (0.623→0.637)				
9回裏	2	100			9 (0.047→0.063)	7 (0.167→0.185) 9 (0.158→0.192)	7 (0.607→0.621) 9 (0.623→0.637)				
9回裏	2	011		9 (0.047→0.063)	2 (0.087→0.099) 5 (0.096→0.115) 8 (0.095→0.106) 9 (0.095→0.123)	7 (0.191→0.204) 9 (0.187→0.215)	7 (0.608→0.621) 9 (0.625→0.637)				
9回裏	2	101		9 (0.047→0.063)	2 (0.087→0.099) 5 (0.096→0.115) 8 (0.095→0.106) 9 (0.095→0.123)	7 (0.191→0.204) 9 (0.187→0.215)	7 (0.608→0.621) 9 (0.625→0.637)				
9回裏	2	110		9 (0.047→0.063)	7 (0.167→0.185) 9 (0.158→0.192)	2 (0.268→0.286) 7 (0.249→0.286) 9 (0.252→0.289)	7 (0.608→0.621) 9 (0.625→0.638)				
9回裏	2	111	9 (0.047→0.063)	2 (0.087→0.099) 5 (0.096→0.115) 8 (0.095→0.106) 9 (0.095→0.123)	7 (0.191→0.204) 9 (0.187→0.215)	9 (0.281→0.301)					

参考文献

[1] G.R. Lindsey: An investigation of strategies in baseball. *Operations Research*, **11**(1963) 477-501.

[2] B. Bukiet, E.R. Harold and J.L. Palacios: A Markov Chain Approach to Baseball. *Operations Research*, **45**(1997) 14-23.

[3] D.A. D'Esopo and B. Lefkowitz: The distribution of runs in the game of baseball. In S.P. Ladany and R.E. Machol (eds.): *Optimal Strategies in Sports* (North-Holland, Amsterdam, 1977), 55-62.