2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

ＡＨＰ不完全情報の推定と補正手法の評価

01404360　日本大学　西澤一友　NISHIZAWA Kazutomo

1　はじめに

不完全情報でのAHP (Analytic Hierarchy Process)で、代表的な手法はHarker法やTwo-Stage法である。

しかし、これらの手法では実際の一対比較結果と推定した結果を同等として扱っている。推定した結果の評価は実際の評価より低くすべきであると考え、前回、Two-Stage法を改良した推定方法[1]を提案し、さらに推定結果を補正する方法[2]を提案した。

そこで、本報告では前回提案した推定と補正の方法について、適用例を通して問題点等を指摘し評価を行う。

2　欠落要素の推定と補正方法

欠落要素の推定および補正の概要を以下に示す。

欠落要素の推定では、不完全一対比較行列A_oの要素をa_{ij} $(i=1\sim n,\ j=1\sim n)$とし、a_{ij}が欠落のとき、$k=1\sim n$について欠落要素を含まないm個のa_{kj}/a_{ki}で幾何平均をとり次式によりa_{ij}を推定する。

$$a_{ij}=(\prod_{k=1}^{n}a_{kj}/a_{ki})^{1/m} \qquad (1)$$

式(1)で、欠落要素を含むa_{kj}/a_{ki}の項の値は1とし、mは欠落要素を含まない項の数として計算する。さらに、推定で得られた要素も加えて欠落要素がなくなるまで推定を繰り返す。その結果、l回の推定繰り返しですべての欠落要素を推定できたとする。

推定したa_{ij}の補正は、バイナリAHPにより簡易的に幾何平均で補正ウエイト$p_k(k=0\sim l)$を求める。l回目ですべての欠落要素の推定が完了した場合、$p_l=1$に正規化すると式(2)のようになる。ただし、θは正のパラメータである。

$$p_k=\theta^{2(l-k)/(l+1)} \qquad (k=0\sim l) \qquad (2)$$

kをa_{ij}の推定回数とすると、補正を加えた一対比較行列$\overline{A}$の要素$\overline{a_{ij}}$を以下のようにする。

$$\begin{aligned}\overline{a_{ij}} &= a_{ij}\times p_k \quad (a_{ij}>1)\\ \overline{a_{ij}} &= 1 \quad (a_{ij}=1)\\ \overline{a_{ij}} &= a_{ij}/p_k \quad (a_{ij}<1)\end{aligned} \qquad (3)$$

3　適用例と評価

提案した推定・補正方法をスポーツのトーナメント戦に適用し、全参加チームの順位を推定し実際の結果と比較して評価を行う。

参加チーム数をnとしたとき、チームiとチームjの対戦結果、すなわち一対比較行列の要素a_{ij}は以下のようにする[3]。

$$a_{ij}=\theta^{f_{ij}} \qquad (4)$$

ただし、$f_{ij}=$（チームiの得点-チームjの得点）/（チームiの得点+チームjの得点）とし$\theta=2$で計算する。

3.1　適用結果（2002年春の選抜大会）

適用例として３２チームが参加した2002年春の選抜高校野球大会の全チームの順位推定をし、検討を行う。提案した方法により一対比較行列の欠落は4回の繰り返しですべて推定でき、補正を行った。

推定と補正の結果、実際に対戦して勝ったチームは負けたチームの上位になる、という最低限の制約は満足した。得られた順位推定結果の上位8チームを表1に示す。

表 1: 推定結果（上位8チーム）

推定順位	チーム	実際成績	ウエイト
1	報徳学園	優勝	0.121273
2	浦和学院	準々決勝敗退	0.087365
3	日大三	1回戦敗退	0.076661
4	広陵	2回戦敗退	0.071679
5	鳴門工	決勝敗退	0.063121
6	福井商	準決勝敗退	0.049526
7	酒田南	1回戦敗退	0.044054
8	大体大浪商	2回戦敗退	0.042043

3.2　検討事項

提案した推定と補正方法について手法の検討と適用結果の検討を行う。

3.2.1 θの値の検討

本報告では、推定、補正ともにθは同じ値を用い、$\theta = 2$で計算したが、その値が適当かの検討を行う。

まず、適用例で、推定のみで補正を行わない場合のθの値を変えた結果を表2に示す。

表 2: θの値によるウエイト変化（補正なし）

推定順位	チーム	$\theta = 2$	$\theta = 10$
1	報徳学園	0.069087	0.212140
2	浦和学院	0.061549	0.144530
3	日大三	0.060144	0.133852
⋮	⋮	⋮	⋮
30	鵡川	0.012213	0.000671
31	愛工大名電	0.011515	0.000552
32	三木	0.010632	0.000423

表2より、θの値が大きくなることにより、上位と下位のウエイトの差が大きくなっていくことがわかる。しかし、θの値を変えても推定順位に変動はない。

一方、補正にはθの値が関係しているので、補正を加えることにより順位逆転の可能性がある。補正を行った場合のθの値を変えた結果を表3に示す。

表 3: θの値によるウエイト変化（補正後）

推定順位	チーム	$\theta = 2$	$\theta = 10$
1	報徳学園	0.121273	0.561909
2	浦和学院	0.087365	0.144149
3	日大三	0.076661	0.096025
⋮	⋮	⋮	⋮
30	鵡川	0.006942	0.000031
31	愛工大名電	0.006860	0.000027
32	三木	0.006036	0.000015

表2では、θの値を変えても上位と下位のチームに推定順位に変動はなかった。しかし、中間の順位のチームには若干の順位変動があった。今回の適用例では$\theta = 2$で問題はないと思われるが、推定回数が多くなる場合や、評価基準が複数となる場合は順位逆転は上位や下位でも起こる可能性が高い。その場合は、異なったθの値で確かめることが望ましい。

3.2.2 適用結果の検討

得られた推定順位は必ずしも実際の結果とは一致しなかった。その中で、1回戦または2回戦で敗退したものの上位に推定されたチームを表4に示す。

表 4: 高評価チーム

推定順位	チーム	実際成績	ウエイト
3	日大三	1回戦敗退	0.076661
4	広陵	2回戦敗退	0.071679

2チームともそれぞれ優勝チームに2対3、3対5と接戦で敗退しているので上位に推定されたと思われる。しかし、日大三より2回戦で敗退した広陵が上位となるべきかもしれない。

一方、実際には上位の成績だったが下位に推定されたチームを表5に示す。

表 5: 低評価チーム

推定順位	チーム	実際成績	ウエイト
20	広島商	準々決勝敗退	0.018300
26	尽誠学園	準々決勝敗退	0.012077

2チームはそれぞれ1対１９、1対１０と大差で敗退しているため、低評価となったと思われる。実際に戦った試合数がもう少し評価されても良いのかもしれない。

4 まとめ

提案した不完全情報の推定と補正方法について、適用例を通して検討した。提案した方法はでθの値が重要であり異なった値で確かめることが望ましい。また、欠落でない要素をもう少し高く補正すべきかもしれない。

参考文献

[1] 西澤一友：不完全情報における欠落要素の推定、OR学会2001年度春季研究発表会、pp246-247.

[2] 西澤一友：不完全情報における欠落要素の推定と補正、OR学会2002年度春季研究発表会、pp46-47.

[3] 木下栄蔵編：AHPの理論と実際、日科技連、(2000)、pp218-219.