2－E－5

2001 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

拡張型かんばんシステムにおけるかんばんおよび初期在庫の最適配分について

01008610 上智大学 石塚 陽 ISHIZUKA Yo
上智大学 *矢口健彦 YAGUCHI Takehiko
01703040 東北大学 山下英明 YAMASHITA Hideaki

1. はじめに

JIT (Just-In-Time) システムの実装の有力な構成要素として**かんばんシステム (Kanban Control System**: 以下 **KCS** と略) は現実の場でも多く利用されている．KCS およびそのさまざまな拡張や修正されたモデルの性質を調べるための数学モデルやシミュレーションを用いた研究が多数報告されている．しかしながら，それらの研究のほとんどは定性的な議論が中心となっている．KCS (およびその拡張) の目標は，仕掛在庫をできるだけ持たず，かつ注文には素早く対応したい，という相反する要求を満足することにあるが，仕掛在庫および注文の待ち時間を最小にするためにはかんばん数や (変更可能ならば) 初期在庫数をどのように決定すればよいかについての具体的な指針はほとんど得られていない．

本報告では，Dallery ら [1] により提案された**拡張型かんばんシステム (Extended Kanban Control System**: 以下 **EKCS** と略) をとりあげ，平均仕掛在庫数 (Work-In-Process: WIP) および平均リードタイム (Lead Time: LT) を評価基準とした場合の最適なかんばんおよび初期在庫の配分について研究する．

2. モデル [1]

図 1 のような $1 \sim M$ の M 個の工程からなる生産システムを考え，以下のように記号を定義する．

KQ_i : 工程 i の空きかんばんが並ぶ待ち行列
PQ_i : 工程 i の加工済の部品が並ぶ待ち行列 (工程 i の出力バッファ)
DQ_i : 注文が並ぶ待ち行列

工程 1 の前のバッファ PQ_0 の容量は無限で，すでに無限個の部品が並んでいるものとする．工程 i のかんばん数を K_i，初期在庫数 (生産開始時に i の出力バッファ PQ_i にかんばん付きで置かれる加工済部品数) を S_i とする．注文は到着と同時に全ての工程の注文待ち行列 $DQ_i, i = 1, \cdots, M+1$ に並ぶ．工程 i では，

- 上流工程からの部品が PQ_{i-1} に存在し，
- 空きかんばんが KQ_i に存在し，かつ
- 未処理の注文が DQ_i に存在する

ときに限り，PQ_{i-1} 内の先頭の部品の工程 $i-1$ のかんばんをはずし，工程 i の空きかんばんを付け，工程の i の入力バッファに送る．入力バッファ内の部品は順番に加工され，加工を終了したら出力バッファ PQ_i へ送られる．最終工程 M の出力バッファ内の完成品は，注文待ち行列 DQ_{M+1} に注文があればかんばんをはずして，顧客に渡され，その時点でその注文が満たされたものとみなす．

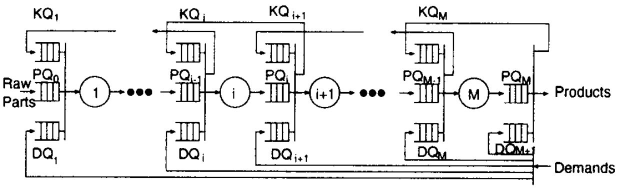

図 1: EKCS のモデル化 [1]

以上の仮定のもとで，

A_j : j 番目の注文の到着時刻
$T_{i,j}$: 工程 i の j 番目の部品の加工時間
$D_{i,j}$: 工程 i での j 番目の部品の加工終了時刻
$E_{i,j}$: PQ_{i-1} から j 番目の部品が退去する時刻 (= 工程 i での j 番目の部品の加工開始時刻)

とおけば，以下が成立する [1]．

$$D_{i,j} = T_{i,j} + \max\{D_{i,j-1}, E_{i,j}\} \quad (1)$$

$$E_{i,j} = \max\{A_j, D_{i-1,j-S_{i-1}}, E_{i+1,j-(K_i-S_i)}\} \quad (2)$$

3. かんばん，初期在庫配分問題

決定変数および評価基準を

$\boldsymbol{K}$: $(= (K_1 \cdots K_M))$ かんばん配分ベクトル
$\boldsymbol{S}$: $(= (S_1 \cdots S_M))$ 初期在庫配分ベクトル
$WIP(\boldsymbol{K}, \boldsymbol{S})$: 加工中の部品を除く平均系内部品数 (平均仕掛り在庫数)
$LT(\boldsymbol{K}, \boldsymbol{S})$: 注文が満たされるまでの平均時間 (平均リードタイム)

とし，かんばん総数 K_0 と，初期在庫総数 S_0 が与えられたとき，平均仕掛り在庫数と平均リードタイムを最小にするようなかんばんおよび初期在庫配分 $(\boldsymbol{K}, \boldsymbol{S})$ を求める問題を，以下の 2 目的最適化問題として定式化する．

$$P(K_0, S_0)\begin{cases}\min\limits_{(K,S)}\begin{pmatrix} WIP(\boldsymbol{K},\boldsymbol{S}) \\ LT(\boldsymbol{K},\boldsymbol{S})\end{pmatrix} \\ \text{subj. to } \sum\limits_{i=1}^{M} K_i \le K_0 \\ \qquad\quad \sum\limits_{i=1}^{M} S_i \le S_0 \\ \qquad\quad K_i \ge 1,\ K_i \ge S_i \ge 0\end{cases}$$

ここで，EKCS の性質上，かんばん数 K_i より多い初期在庫を持っても余分の初期在庫は全くシステムに影響を与えないため，$K_i \ge S_i$ なる初期在庫配分のみ考えればよいことに注意する．もちろん，WIP や LT の厳密な値を求めることは困難であるので，ここでは，注文の到着時刻および加工時間のサンプル (実現値) $\overline{A}_j$ および $\overline{T}_{i,j}$ を与えたもとでの各退去時刻の実現値 $\overline{D}_{i,j}$, $\overline{E}_{i,j}$ を (1), (2) より定め，これらを用いて WIP や LT を以下で近似する．

$$WIP_N(\boldsymbol{K},\boldsymbol{S}) = \sum_{i=1}^{M}\left\{\sum_{j=1}^{S_i}\overline{E}_{i+1,j} + \sum_{j=S_i+1}^{N}\left(\overline{E}_{i+1,j} - \overline{E}_{i,j-S_i}\right)\right\}\frac{1}{\overline{E}_{i+1,N}}$$

$$LT_N(\boldsymbol{K},\boldsymbol{S}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{E}_{M+1,j} - \overline{A}_j\right)$$

ここで，WIP を WIP_N で，LT を LT_N で置き換えた問題 $P(K_0,S_0)$ を問題 $P_N(K_0,S_0)$ とし，考える部品数 (シミュレーション時間)N を十分大きくとれば，問題 $P_N(K_0,S_0)$ の最適解が問題 $P(K_0,S_0)$ の真の最適解に一致することはほぼ自明であろう [3]．$P_N(K_0,S_0)$ は通常の離散多目的最適化問題であるから，小規模の場合では完全列挙で，大規模の場合は発見的な方法，例えば遺伝的アルゴリズムにより (準) パレート最適解を生成することができる．

4. 数値実験

工程数 $M = 5$ の小規模のシステムを例に実験を行う．注文の到着は率 $\lambda = 1.0$ のポアソン到着，各工程での加工時間は率 $\mu = 3.0$ の指数分布に従うと仮定し，それらの分布に従う到着時刻，加工時間の実現値を生成し，シミュレーションする部品数を $N = 100000$ とし，完全列挙法で問題 $P_{100000}(K_0,S_0)$ の全ての実行可能解またはパレート解を生成した．

(実験 1) かんばん総数が $K_0 = 6$, つまり，自由に配分可能なかんばんが 1 つある場合に，初期在庫総量 S_0 を 0 ～ 6 と変化させたときの $P_{100000}(6,S_0)$ の全実行可能解を LT_N-WIP_N 平面にプロットしたものを図 2 に示す．図中のベクトル要素は対応する配分ベクトル $(\boldsymbol{K},\boldsymbol{S}) = (K_1\cdots K_5, S_1\cdots S_5)$ を表す．図 2 より，初期在庫総量 S_0 に対応して $LT - WIP$ 平面上にグループが形成されることがわかる．

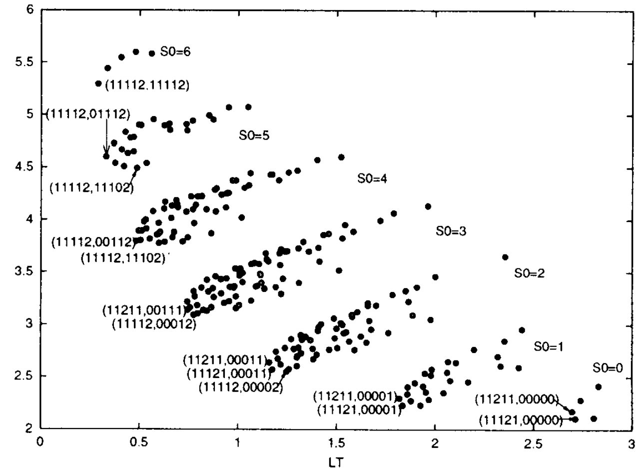

図 2: 実験 1 の結果

他のいくつかの数値実験により，以下の推測を得た．

- 初期在庫総量がシステム性能に大きく影響する．
- かんばん配分が固定されている場合，初期在庫は可能な限り下流工程へ配分することが WIP, LT 両方の低減につながる．
- 総かんばん数が固定されている場合，LT を最小にするかんばん配分は初期在庫の総数に影響される: S_0 が小さい場合はかんばんを各工程になるべく均一に配分し (これは，バッファ配分問題における「ボウル現象」[2] と類似のパターンである)，S_0 が大きくなるに従い かんばんは下流行程に配分していく．
- 総かんばん数が固定されている場合，WIP を最小にするためにはかんばんをできるだけ下流工程へ配分すればよい．初期在庫はそれに応じて可能な限り下流工程へ配分するが，S_0 がある程度大きくなると，初期在庫配分パターンの WIP への影響は小さくなる．

5. おわりに

限られた範囲ではあるが，拡張型かんばんシステムにおける最適かんばんおよび初期在庫配分に関するを得た．より大規模なシステムに対しての結果および一般型かんばんシステム (GKCS) との比較については講演時に示す．

参考文献

[1] Y. Dallery and G. Liberopoulous, "Extended Kanban Control System: Combining Kanban and Base Stock," IIE Transactions, Vol.32, pp.369-386, (2000).

[2] F.S. Hillier and K.C. So,"On the optimal design of tandem queueing systems with finite buffers," Queueing Systems 21, pp.245-266, (1995).

[3] 石塚，山下: "サンプルパス最適化の確率的離散事象システムへの適用," オペレーションズ・リサーチ, 4 月号,(2001).