

Optimal Liability Rule under Mutual Externalities

01401144 関西大学 中井暉久 NAKAI Teruhisa

1. はじめに

ある経済主体の生産活動が、他の経済主体の生産活動に、市場を通さずに影響を与える時、外部効果があるといい、それが悪(好)影響である時、負(正)の外部性があるという。その効果が市場を通して賞罰を受けない為、負(正)の外部性を出す主体による生産過剰(生産不足)が起る。公害問題などはこうして拡大する。こうした外部性の問題解決の為、政府が負の外部性を出している主体には課税し、正の外部性を出している主体には奨励金を出すことにより生産活動の抑制や奨励をはかることが行なわれている。この税金や奨励金のことを責任ルール(liability rule)またはピグー税といい、各主体の個人的最適化が社会的最適化に一致するよう各主体の生産活動を誘導する責任ルールを最適責任ルールと呼ぶ。Sheaは最適責任ルールの必要十分条件を求めているが、それは責任ルールを課した後の個人的最適化が、責任ルールを課す前の社会的最適化に一致する条件として求めたものであった。その為特殊な場合として生産量に関係なく一定の責任ルールが課せられるといった変則的なことも起ることとなっている。さらに政府の行う種々の行政行為のもつ社会的効果(利得)を織り込んだ上での最適責任ルールを論じた文献は見当たらない。本論文では、(1)複数の企業が相互に正あるいは負の外部性を与えている場合について、(2)政府が税金で行う行政行為(経済活動)の社会的効果、を考慮した上で具体的な最適責任ルールの導出を行う。

2. 最適責任ルール

n 個の企業を考える。

p_i : 企業 i の製品価格($i=1, \dots, n$)

q_i : 企業 i の生産量

$q=(q_1, \dots, q_n)$: 生産ベクトル

$A_i(q)$: 生産ベクトルが q の時の、企業 i の生産費用(他企業の生産量にも影響される)

$f_i(q)$: 企業 i の課税額(負なら奨励金)

——責任ルール(決定変数)

$h(q) = \sum_{i=1}^n f_i(q)$: 総税額(政府収入)

$\pi(h)$: 政府収入が h の時、それを事業にまわして得られる利益

$W_i(q)$: 生産ベクトルが q の時の企業 i の利益
 $W_i(q) = p_i q_i - A_i(q) - f_i(q)$ (1)
 $(i=1, \dots, n)$

$W(q)$: 生産ベクトルが q の時の社会としての利益

$W(q) = \sum_{i=1}^n W_i(q) + h(q) + \pi(h)$
 $= \sum_{i=1}^n \{p_i q_i - A_i(q)\} + \pi(h)$ (2)

最適責任ルールにおいては、

個人的最適化 : $W_i(q) \rightarrow \max_{q_i}$ (3)

と社会的最適化 : $W(q) \rightarrow \max_{q_i}$ (4)

の解が一致する必要がある。

定理1 : 最適責任ルールの必要十分条件は、

$\frac{\partial A_i}{\partial q_i} + \frac{\partial f_i}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial A_j}{\partial q_i} - \pi'(h) \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial q_i}$ (5)
 $(i=1, \dots, n)$

が成り立つことである。

記号 : $q_{i-0} = (q_1, \dots, q_{i-1}, 0, q_{i+1}, \dots, q_n)$

仮定(i) $A_i(q_{i-0}) = 0$ (生産しないなら生産費用は0である)

(ii) $f_i(q_{i-0}) = 0$ (生産しないなら責任ルールは課されない)

(iii) $\pi(0) = 0$ (政府が何も投入しなければ、利益ゼロである)

(iv) $\pi'(h) \geq 0$ (政府事業の限界利益は非負である)

定理2：仮定(i)～(iv)のもとで、各企業が q_1, \dots, q_n だけ生産する時の最適責任ルールは次のように与えられる。

$$f_i(q) = e_i(q) - \{ \pi[h(q)] - \pi[h(q_{i-0})] \} \quad (i=1, \dots, n) \quad (6)$$

ただし

$$e_i(q) = \sum_{j \neq i} \{ A_j(q) - A_j(q_{i-0}) \} \quad (7)$$

$h(q)$ は次の方程式の唯一つの解である。

$$x + n\pi(x) = \sum_{i=1}^n \{ \pi[h(q_{i-0})] + e_i(q) \} \quad (8)$$

(6) 式の意味：(企業 i への最適課税額)

$$= \left[\begin{array}{l} \text{企業 } i \text{ が及ぼす} \\ \text{負の外部効果の合計} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{企業 } i \text{ の生産によ} \\ \text{る社会の利益増} \end{array} \right]$$

= (企業 i の生産による社会の総損失)

$$\text{系 1 : } \pi(h) = 0 \quad \text{for } \forall h \Rightarrow f_i(q) = e_i(q)$$

(政府事業が何の利益も生まないなら、各企業間で補償金の直接授受をするのと同じ)

$$\text{系 2 : } q_j = 0 \quad \text{for } \forall j (j \neq i) \Rightarrow f_i(q) = 0$$

(自分以外に誰も経済活動しないなら、自分には課税も奨励金もない)

3. Special Case

定理3： $\pi(x) = kx$ ($k \geq 0$), $n = 2$

の時の最適責任ルールは、

$$f_1(q) = \frac{k+1}{2k+1} e_1(q) - \frac{k}{2k+1} e_2(q) \quad (9)$$

$$f_2(q) = -\frac{k}{2k+1} e_1(q) + \frac{k+1}{2k+1} e_2(q) \quad (10)$$

$$\text{ただし } e_1(q) = A_2(q) - A_2(0, q_2) \quad (11)$$

$$e_2(q) = A_1(q) - A_1(q_1, 0) \quad (12)$$

定理4： $\pi(x) = kx$ ($k \geq 0$), $n = 3$ の時

$$f_i(q) = e_i(q) + \frac{k}{1+2k} \sum_{j \neq i} e_j(q_{i-0})$$

$$-\frac{k}{1+3k} \sum_{j=1}^3 e_j(q) - \frac{k^2}{(1+2k)(1+3k)} \sum_{l=1}^3 \sum_{j \neq l} e_j(q_{l-0}) \quad (i=1, 2, 3) \quad (13)$$

$$\text{ただし } e_l(q) = A_{l+1}(q) - A_{l+1}(q_{l-0}) + A_{l+2}(q) - A_{l+2}(q_{l-0}) \quad (14)$$

$$(l=1, 2, 3; A_4 = A_1, A_5 = A_2)$$

$$\langle \text{例} \rangle \quad A_i(q) = \sum_{j=1}^3 a_{ij} q_j^2 \quad (i=1, 2, 3) \quad (15)$$

の時、特に

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k=1 \quad (16)$$

(a_{ij} は企業 j が企業 i に及ぼす負の外部性。負の数は正の外部性)

とすると、

$$f_1(q) = \frac{1}{12} (14q_1^2 - 3q_2^2 + q_3^2)$$

$$f_2(q) = \frac{1}{12} (-2q_1^2 + 21q_2^2 + q_3^2) \quad (17)$$

$$f_3(q) = \frac{1}{12} (-2q_1^2 - 3q_2^2 - 7q_3^2)$$

となる。いま $p_1 = p_2 = p_3 = 2$ とすると最適生

産量は $q_1^* = \frac{6}{13}, q_2^* = \frac{4}{11}, q_3^* = \frac{12}{5}$ となり、最適責

任ルールは $f_1^*(q^*) = 0.69, f_2^*(q^*) = 0.68, f_3^*(q^*) = -3.43$

となる。企業3は企業1に少しだけ負の外部性を与えているが、逆に企業1から大きな負の外部性をこうむり、さらに企業2に大きな正の外部性を与えているので、差し引きかなり大きな奨励金あるいは補償金を受け取ることになる。

参考文献

[1] A. C. Pigou, The Economics of Welfare, Macmillan (1920)

[2] K. Shea, "Coase Theorem, Liability Rules and Social Optimum, weltwirtschaftliches Archiv, vol. 114 (1978), 540-551