

多目的離散最適化法の代理乗数決定方法

02004784 関西大学 *伊佐田百合子 ISADA Yuriko
01402374 関西大学 仲川勇二 NAKAGAWA Yuji

1. はじめに

多目的離散最適化法[1]は、多目的離散最適化問題に代理目的を導入して解を求める方法である。この方法を用いて、多目的離散最適化問題のパレート最適解を効率的に求めることができる[2]。代理目的を決定する代理乗数は、意思決定者の目的関数に対する価値観を反映しており、最適な代理乗数の決定が行えれば、実用的な意思決定支援システムを実現することが可能である。本稿では、実用的な意思決定支援システムを構築するために、多目的離散最適化法における最適な代理乗数の決定方法を検討する。

2. 多目的離散最適化法

多目的離散最適化問題 (P1) は次のように定式化される。

$$(P1): \quad \text{Max} \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\}$$

$$\text{s.t.} \quad g(\mathbf{x}) \leq b,$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ は、 n 次元整数変数ベクトル、 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$ は、 m 次元ベクトル目的関数、 $g(\mathbf{x})$ は、制約関数である。多目的離散最適化法では、まず、多目的離散最適化問題の複数の目的関数を単一の目的関数（代理目的関数）に変換する。つぎに、仲川[3]により提案されたモジュラ法を用いて標的値までに存在する実行可能解を列挙する。多目的離散最適化問題の複数の目的関数を単一の目的関数に変換した問題を、代理目的

問題と呼び、代理目的問題において、標的値までに存在する実行可能解を列挙する問題を、単一標的問題と呼ぶ。単一標的問題を解いて得られた解は、標的解と呼ばれる。単一標的問題 (P2) は、次のように定式化される。

$$(P2): \quad \text{target} \quad \mathbf{w}\mathbf{f}(\mathbf{x}) \geq f^{ST}$$

$$\text{s.t.} \quad g(\mathbf{x}) \leq b$$

$$\text{但し、} \sum_{i=1}^m w_i = 1, w_i \geq 0.$$

ここで、 $\mathbf{w} = \{w_1, \dots, w_m\}$ は、代理乗数ベクトル、 $\mathbf{w}\mathbf{f}(\mathbf{x})$ は代理目的関数、 f^{ST} は代理目的の標的値である。

多目的離散最適化法で得られた解は、原問題のパレート最適解であることが理論的に保証されている。更に、厳密解法でありながら、1000変数規模の非線型ナップサック問題が解き得ることが報告されており[4]、大規模な問題にも対応でき

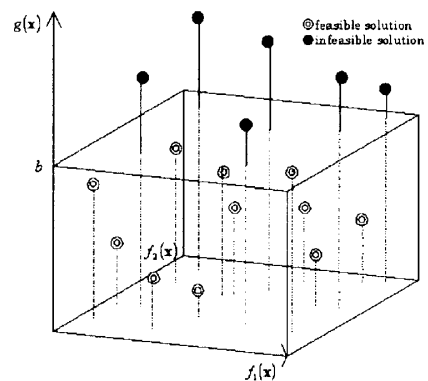


図 1 2 目的の場合の解空間

る。

図1は、1つの制約条件 g の元での2

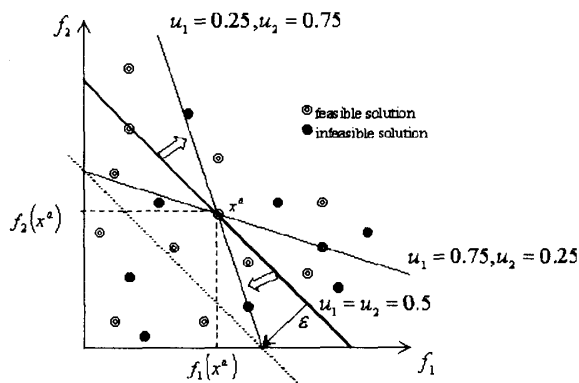


図2 f_1-f_2 平面

つの目的関数 f_1, f_2 の解空間を示している。図2は、図1で示された解空間を f_1-f_2 平面上へ写像したものである。目的関数 f_1, f_2 の代理乗数と標的値を調整することが、解空間に対してどのような影響を与えるかを示している。

代理乗数を調整することによって、実行可能解の抽出範囲を変化させることができ、目的関数の優先度を調整することが可能である。それぞれの目的関数に対する代理乗数の値は、意思決定者の価値観を反映している。したがって、代理乗数を調整することは、意思決定者の価値観に合った解を選択することと等しい。一方、標的値を変化させることは、列挙する解のサイズを調整することである。

3. 代理乗数の最適化

各目的関数値の範囲がすべての目的関数において一致する場合は、代理乗数は、意思決定者の価値観のみで決定することができる。しかし、各目的関数が取り得る値の範囲は、一致しないことが多い。したがって、実用的な意思決定アルゴリズムを実現するためには、代理乗数を決

定する際に、目的関数値の範囲を平準化したうえで、意思決定者の価値観を反映する必要がある。最適な代理乗数を決定するためのステップは、下記のとおりである。

(ステップ1)

多目的離散最適化問題の各目的関数値の範囲を平準化するように重み付けを行う。

(ステップ2)

意思決定者の価値観を数値化するためにAHP[5]を使用し、各目的関数の重要度を決定する。

(ステップ3)

ステップ1, 2で得られた値を総合して代理乗数に設定する。

このようにして決定された代理乗数を用いて多目的最適化法により多目的離散最適化問題を解くことで、効率的に解を求めることができる。

参考文献

- [1] Y.Isada, M.Hikita, Y.Nakagawa: "A Method for Solving Multi-objective Discrete Optimization Problem", Proceedings of the first western pacific and third australia-japan workshop on stochastic models in engineering, technology and management, (1999), pp.192-201.
- [2] 仲川勇二, 疋田光伯: "多目的離散最適化問題のための対話型意思決定アルゴリズム", 日本経営工学会論文誌, vol.51, No.3, (2000), pp.196-202.
- [3] 仲川勇二: "離散最適化のための新解法", 電子情報通信学会論文誌, vol.J73-A, No.3, (1990), pp.550-556
- [4] Y.Nakagawa and A. Iwasaki: "Modular Approach for Solving Nonlinear Knapsack Problems", IEICE Trans. Fundamentals E82-A (9), (1999), pp.1860-1864.
- [5] 木下栄蔵, "わかりやすい 意思決定論入門", 近代科学社 (1996)