一対比較測定値の離散化誤差分布の評価

02602260 日本大学生産工学部 † 三宅 千香子
Nihon University Miyake Chikako
01100500 日本大学生産工学部 大澤 慶吉
Nihon University Osawa Keikichi
01205220 日本大学生産工学部 篠原 正明
Nihon University Shinohara Masaaki

1 はじめに

一対比較行列の測定値 a_{ij} は, 項目 i の (未知の) 真値ウェイトを w_i とするならば, 測定誤差 e_{ij} を適当に定義することにより一般に $a_{ij} = f(w_i, w_j, e_{ij})$ と表現できる. 比率モデルを採用し, かつ, 加法形誤差を仮定すれば, $a_{ij} = (w_i/w_j) + e_{ij}$, 乗法形誤差を仮定すれば, $a_{ij} = (w_i/w_j)e_{ij}$ と表現できる. シミュレーション実験 [1] により, 加法形誤差の場合にはエントロピー法の, 乗法形誤差の場合には固有ベクトル法, 幾何平均法の真値ウェイト推定能力が相対的に高いことが判明している.

測定誤差 e_{ij} がいかなる分布に従うかを調べるために, 最初に未知の真値ウェイトベクトル $\boldsymbol{w}$ を仮定した下で, 一対比較測定値 a_{ij} に誤差が発生するメカニズムを考察し (第 2 章), 本報告ではその中でも一対比較測定値 a_{ij} を離散判定レベルに固定化する際に発生する離散化誤差に注目して, その分布形を調べる (第 3,4 章).

2 誤差発生メカニズム

(未知かもしれない) 真値ウェイトベクトル $\boldsymbol{w}$ の存在を仮定し, $\boldsymbol{w}$ とは異なるウェイトを推定してしまう元となる一対比較行列測定値 A が生成されるだろうプロセスの一例を図 1 に示す。真値 $\boldsymbol{w}$ が心の動揺などの理由により, $\boldsymbol{v}$ に変容し, $\boldsymbol{v}$ に基づく整合行列 $V = \{v_{ij}\}$ が生成され, V がさらに心の動揺などの理由により $U = \{u_{ij}\}$ に変形してしまい, u_{ij} 値が適当な離散値に固定されるという一般的なメカニズムを図 1(a) に示す.

本研究では図 1(a) の一般的な枠組の中から, a_{ij} を離散判定レベルに固定化する際の離散化に基づく誤差の分布形を調べるため, 図 1(b) に示すように, 真値 $\boldsymbol{w}$ より比率モデルに従い整合一対比較行列 W が生成され, それが離散化されるというプロセスを考える. このプロセスは, 一般的な枠組において, 雑音が付加された $\boldsymbol{v}$ を $\boldsymbol{w}$ と読みかえても, 雑音が付加された U を W と読みかえて解釈してもよい.

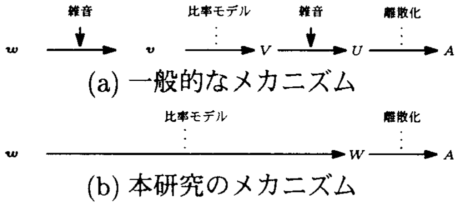

図 1: 心内誤差発生プロセス

- $\boldsymbol{w}$:真値ウェイトベクトル
- $\boldsymbol{v}$:真値ウェイトベクトルに対する摂動後ウェイトベクトル ($\boldsymbol{v} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{e})$)
- V :$\boldsymbol{v}$ に対応する整合一対比較行列 ($v_{ij} = v_i/v_j$)
- U :V に対する摂動後一対比較行列 ($U = F(V, E)$)

3 離散化誤差の定義

$W = \{w_{ij}\} = \{w_i/w_j\}$ の $w_{ij} \geqq 1$ の要素に対して, その値を離散判定レベル値に固定する. 例えば, 1〜9 の 9 段階等間隔線形尺度を仮定すれば, $w_{ij} = 11.3$ の時に, 切り捨て操作により最接近のレベル値 9 に固定し, $a_{ij} = 9$ となり, 加法形誤差を仮定すれば, $a_{ij} = w_{ij} + e_{ij}$ より, $e_{ij} = -2.3$ となってしまう. $|e_{ij}| < 1$(あるいは誤差幅 < 1) とするために, これは不都合と考えられ, 整数値への固定化を考える.

自然数 (ここでは正整数) への離散化法として, 切上げ, 切捨て, 四捨五入の操作を考えると, 各々の操

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

作での加法形誤差は以下の範囲に分布する.

切捨て操作	-----	$(-1,0]$
四捨五入操作	-----	$(-0.5,0.5]$
切上げ操作	-----	$[0,1)$

4 シミュレーション実験

以下の手順により, 真値ウェイトベクトル $\boldsymbol{w}$ を乱数発生し, $w_{ij} \geqq 1$ の要素に対して, 離散化操作により a_{ij} を固定し, $e_{ij}=a_{ij}-w_{ij}$ を計算し, その分布を調べた.

-シミュレーションの手順-

1. w_k を, 範囲 (0, 100) の小数点 2 桁を持つ実数値一様乱数として発生する $(k=1,\ldots,n)$.
2. $w_{ij}=w_i/w_j$ を計算する $(i,j=1,\ldots,n)$.
3. $w_{ij} \geqq 1$ について, 切捨て/切上げ/四捨五入の離散化操作により, w_{ij} を自然数の a_{ij} に固定化する $(i,j=1,\ldots,n)$.
4. $w_{ij} \geqq 1$ について, $e_{ij}=a_{ij}-w_{ij}$ を計算し, 度数分布を作成する. $(i,j=1,\ldots,n)$.

5 シミュレーション実験結果

図 2 に $n=10$ の場合について, 真値ウェイトベクトルを 1000 回発生させて, 切り上げ操作で生じる加法形誤差 e_{ij} を計算した結果の度数分布を示す. 図 2 は $w_{ij} \geqq 1$ を度数累計の対象とし, 図 3 は $w_{ij} \geqq 5$ を度数累計の対象とした. これより以下の点が判明した.

☆ 離散化される整数値を d とするならば, d が小さい場合 (1〜3 程度) には, e_{ij} の分布は切り上げ操作では, $[0,1)$ の範囲で右肩上りであり, e_{ij} 分布は一様分布とは言えない.

☆ d が大きい場合 (5 以上) には, 離散化操作に関わらず, e_{ij} は一様分布に近似的に従う.

6 おわりに

真値ウェイトベクトル $\boldsymbol{w}$ と測定比較行列 A の間の誤差発生メカニズム内で, 離散化誤差に注目してその誤差分布をシミュレーション実験により調べた. 加法形誤差を仮定すると, a_{ij} 値に依存した分布形が得られるため, 加法形誤差の仮定は離散化誤差に関しては非現実的であろう. その他の誤差発生メカニズムの考慮, 乗法形誤差の考慮, さらに, 一般化誤差発生メカニズムの下での各種ウェイト推定能力の比較評価, などは今後の課題である.

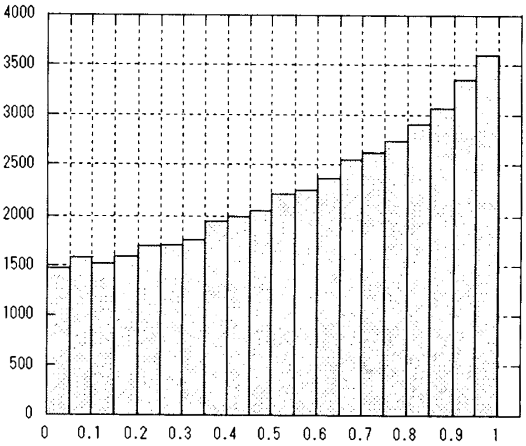

図 2: n=10, $w_{ij} \geqq 1$

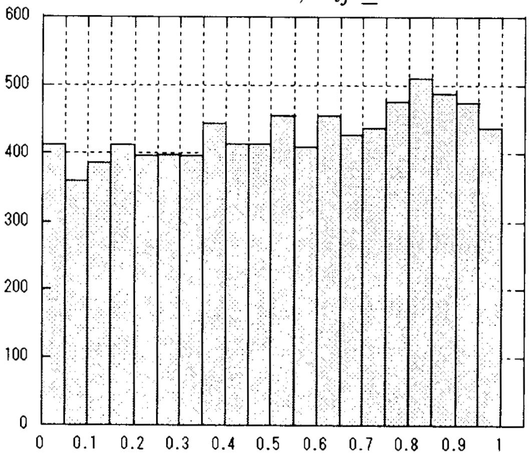

図 3: n=10, $w_{ij} \geqq 5$

参考文献

[1] 三宅千香子, 篠原正明, 「一対比較行列における乗法形と加法形の誤差行列の比較」, 『2000 年度日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集』, pp130-131.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.