

必要不可欠財オークションによる複数財の資源配分

01605000 東京大学 松井知己
01900730 岩手県立大学 *渡辺隆裕

1 はじめに

昨今、オークションを使った商取引や資源配分が注目され、多くの分野で利用され始めている。消費者間の取引 (C2C) として急速に発達した電子オークションは、近年は企業間 (B2B) や企業-消費者間 (B2C) の取引モデルとしても大きく注目されており、例えば物流のプライシング等にオークションが使われ始めている。また公共部門では規制緩和と市場経済重視の流れから、公的資産の売却などへのオークションの導入がなされている。

ゲーム理論におけるオークションの研究は早くからなされており、財が1つの時のオークションの理論はかなり成熟してきた。これに対し2つ以上の財 (複数非分割財) のオークションの理論は未解決の部分が多く、現在多くの研究が進行中である。複数の財を扱うオークションは、国債・花卉・石油の採掘権・飛行場のハブの貸借権など多くの分野に用いられてきたが、これに加え新たな領域 (二酸化炭素の排出権・周波数帯の利用権) のオークションの導入により、更に大きな注目がされている。電子オークションのモデルとしても今後は複数財のオークションをどのように設計すべきかが大きな研究課題であると考えて良いだろう。

複数財のオークションにおいては、販売される財が「組み合わせることによって、個々の価値の総和よりも大きな価値を生む」という補完性 (シナジー効果) を持っている場合やその逆に代替性を持っている場合には、個々の財を分離して得る事が必ずしも効率的な資源配分につながらず、このことが問題を複雑にしている。

筆者たちは「その財のどれか一つが欠けると価値がなく、またそれ以外の財にも価値がないような複数財の集合」である「必要十分財集合」と呼ばれる財の集合を考え、参加者が必要十分財集合を欲しているような状況で、参加者が「彼の必要十分財集合とその価値」の2つを入札するようなオークションを考え、ゲーム理論により分析を行っている。本発表ではその内容を紹介し、リソースプランニングへの応用可能性を示す。

2 必要十分財のモデルとその応用

このモデルでは、1人の競売人 (売り手) が複数財の財を売りに出しており、数人の参加者 (買い手) がいる状況を考える。参加者各々は、その複数財の部分集合として「必要十分財集合」と呼ばれる財の集合を欲していると仮定する。各参加者にとっては、その財のどれか一つが欠けると価値がなく、またそれ以外の財にも価値がないとする。現実にはこのような仮定は成り立たず、例えば1つや2つの財が欠けても残りの財の価値は減ずることはあれ0になることはないであろう。この仮定は「必要十分財集合の分析上のどれか一つが欠けると価値が大幅に減じられ、それ以外の財にはほとんど価値がない」ような状況を近似的に表していると解釈できる。

例えば周波数帯のオークションでは、各周波数帯毎にいろいろな特性があり、各参加者は自分の事業地域の特性によってある周波数帯に強い選好を持っている。なおかつ周波数帯は隣り合う周波数帯を入手することにより技術的に優れた利用が可能である特性から、各参加者はあるいくつかの隣り合う周波数帯の集合を必要不可欠財集合としていていると考えられる。

3 必要十分財集合のオークション

必要十分財集合のオークションルールは以下の通りである。

ルール 1 各参加者は自分の必要十分財集合とその購入価格 (入札額) の2つを封印された状態で競売人に渡す (封印入札)。

ルール 2 競売人は全参加者からの入札を基にして、売却価格が最大になるような財の割り当てを (計算機で) 計算する。

ルール 3 最大利益となる割当方法が1つの時は、この割当方法にしたがって必要十分財集合が配分される。必要十分財集合が配分された参加者は入札額を売り手に渡す。なお割り当てられた財は最大利益となる割当方法が2つ以上あるときは、ランダムにこのうちの1つの割当方法を決定する。

このオークションがどのように動くか例を示してみる。参加者 1,2,3 と財 A,B,C があるとしよう。参加者 1,2,3 の必要不可欠財とその価値は

それぞれ $(45, \{A, B\}), (\{B, C\}, 50), (\{C\}, 10)$ であったとしよう。ここで例えば参加者 1,2,3 が必要不可欠財は正直に入札し、その価値は 43, 50, 8 と入札したとしよう。売り手が自分の利益を最大になるように財を割り当てたとすると、入札結果は参加者 1 に 43 で財 A,B が、参加者 3 に 8 で財 C がそれぞれ売り渡されることになる。売り手の財に対する価値を 0 と仮定すると、売り手の利益は 55、参加者 1,2,3 の利益はそれぞれ 2, 0, 2 である。

本研究では参加者の戦略的行動（ナッシュ均衡）に対しても効率的な資源配分を達成されるかどうかを中心に解析を行った。

4 ワルラス均衡の非存在

このようなオークションを用いずとも、個々の財を独立したオークションで売ることによって効率的な資源配分は達成されないのであろうか。Bikhchandani (1999) はこのような財の組合せに代替性・補完性がある場合のオークションを考察し、（非分割財の）ワルラス均衡が存在する場合は独立したオークションで効率的な資源配分が達成されることを示した。本研究での必要不可欠財が存在する状況は、ワルラス均衡が存在しない場合を含んでおり各財の独立したオークションでは効率的な資源配分は達成できない。

5 効率的な資源配分の達成

本研究での主要な結論は以下の通り。なおナッシュ均衡とはゲーム理論の解でここでは参加者が戦略的に行動した結果と考える。

定理 1 効率的価格ベクトル集合が存在するという条件のもとで、その集合の極小ベクトルと必要不可欠財を申告するという戦略の組は、このオークションのナッシュ均衡である。

ここで効率的価格ベクトルとは、各参加者が正直に申告した時の財の割り当てと同じ割当を与える価格の組で、かつ財を割当てられない参加者は価格を正直に申告し割当てられる参加者はある程度の利益を確保する価格の組である。上記の例では $(44, 50, 8), (43, 50, 9), (43, 50, 8), \dots$ などが相当する。なおこの集合での極小ベクトルは $(44, 50, 7), (43, 50, 8), (42, 50, 9)$ 。

定理 2 最小入札額単位を十分小さくすれば、効率的価格ベクトルは存在する。すなわちナッシュ均衡は存在する。

6 計算可能性と組合せオークション

このような互いの財に強い補完性や代替性が存在するようなオークションに関しては組合せオークション (combinatorial auction) とよばれるオークションが注目を集めている。組合せオークションは、すべての財の組合せ（すべての財集合）に関しての価値を申告するオークションである。組合せオークションと比較して、本研究のオークションは以下のような特長を持つ。

特長 1 組合せオークションは、申告された入札をもとに売り手が最適な割当を計算する問題が NP 完全となる。必要不可欠財の本研究のオークションの割当問題も一般的には NP 完全であるが、前述したような周波数帯のオークションのように「財が直線状に配置され、かつ参加者の必要不可欠財はすべて隣接している」ような状況の場合は多項式時間で割り当てを決定するアルゴリズムが存在する。

特長 2 組合せオークションは、すべての財の組合せに対して価値を申告させるが、この数は財が増えるにつれ幾何級数的に増え、これを申告させるのは現実的ではない。本研究でのオークションは申告方法が実行可能であり、入札方法に優位性を持っている。

特長 3 組合せオークションは戦略的行動に対するゲーム理論的な解析が難しい。必要不可欠財のオークションは、本研究により戦略的行動に対しても効率的な資源配分が達成されることが示された。

7 まとめ

以上、必要不可欠財のオークションについて概要を述べた。後半に述べた本研究における周波数オークションへの応用やそのアルゴリズムの数理的な特徴は、本学会のもう一つの発表 **Sealed Bid Multi-object Auctions with Necessary Bundles and its Application to Spectrums Auctions** において紹介される予定である。

参考文献

Bikhchandani, S. (1999), "Auctions of heterogeneous objects," "Games and Economic Behavior, vol. 26, 193-220.