2001年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

エネルギー消費を考慮した離散捜索割当ゲーム

防衛大学校　01504810　宝崎隆祐　HOHZAKI Ryusuke*
01000890　飯田耕司　IIDA Koji
01110110　小宮　享　KOMIYA Toru

1．はじめに

捜索者の戦略が捜索資源の割当てであるような捜索者と逃避者の参加するゲームを“捜索割当ゲーム”と呼ぶ．前回までの報告で，連続空間上での連続捜索割当ゲームの一形態として拡散型デイタム捜索ゲームを論じた [1]．さらに連続捜索割当ゲームの解が離散ゲームの収束解として得られることを一般的に示し，あまり研究の進展していない連続捜索割当ゲームの解を推定する根拠を与えた [2]．しかし，実際問題として大きなサイズの離散ゲームを解くことはそれほど容易でなく，組合せ爆発に代表されるようないくつかの障害を回避する工夫が必要である．本報告では，線形支払関数をもつ離散捜索割当ゲームに対し，逃避者のパス選択戦略を移動確率に解釈し直すことによる工夫を提案する．

2．離散捜索割当てゲームの定式化

次のような捜索者と逃避者が参加する２人ゼロ和ゲームを考える．

(1) 捜索空間は，離散セル空間 $\boldsymbol{K}=\{1,\cdots,n\}$ と離散捜索時点 $\boldsymbol{T}=\{1,\cdots,m\}$ から成る．

(2) 逃避者はこの空間上を移動する１つのパスを選択することにより捜索者からの逃避を図る．離散捜索空間におけるパス全体を Ω で表すとパス総数は $|\Omega|=n^m$ 個あるが，各々のパスには次の制約がある．まず，初期時点 $t=1$ にセル群 $S_0\subseteq\boldsymbol{K}$ から出発する．時点 t にセル i にいる逃避者が，次の時点で移動できるセル群は $N(i,t)$ に限られている．セル i からセル j への移動でエネルギー $\mu(i,j)$ が消費される．逃避者の所有する初期エネルギーは e_0 であり，エネルギーを消耗し尽くした場合には，それ以降他のセルへは移動できない．

(3) 捜索者は時点 τ 以降に捜索空間上へ捜索努力を配分することにより逃避者を探知しようと図る．この捜索可能な時間帯を $\widehat{\boldsymbol{T}}:=\{\tau,\cdots,m\}\subseteq\boldsymbol{T}$ で表す．捜索努力量は非負であり，各時点で使用可能上限 $\Phi(t)$, $t\in\widehat{\boldsymbol{T}}$ をもつ．

(4) 捜索者の捜索努力配分と逃避者のパス選択による支払いは，ランダム捜索による逃避者の探知確率とする．すなわち，支払関数は逃避者のパスに沿って投入された累積捜索努力量の指数関数で表されるが，セル i での捜索努力の効果を示すパラメータとして α_i を用いる．捜索者はこの支払いを大きくするように，逃避者は小さくするように行動する．

問題は，捜索者をマキシマイザー，逃避者をミニマイザーとする１段階の２人ゼロ和ゲームである．時点 t，セル i に投入する捜索努力量 $\varphi(i,t)$ からなる捜索者の戦略 $\varphi=\{\varphi(i,t),i\in\boldsymbol{K},t\in\widehat{\boldsymbol{T}}\}$ と，時点 t でのセル位置が $\omega(t)$ で表される逃避者のパス $\omega\in\Omega$ により，支払関数は $R(\varphi,\omega)=1-\exp(-\sum_{t\in\widehat{\boldsymbol{T}}}\alpha_{\omega(t)}\varphi(\omega(t),t))$ で表現できる．また，捜索努力配分 φ 及びパス ω それぞれの実行可能領域 Ψ 及び $\widehat{\Omega}$ は以下で与えられる．

$$\Psi=\{\varphi\mid\varphi(i,t)\geq 0,\ i\in\boldsymbol{K},\ t\in\widehat{\boldsymbol{T}},\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\varphi(i,t)\leq\Phi(t),\ t\in\widehat{\boldsymbol{T}}\}\ ,$$

$$\widehat{\Omega}=\{\omega\in\Omega\mid\omega(1)\in S_0,\omega(t+1)\in N(\omega(t),t),\ t=1,\cdots,m-1,\sum_{t=1}^{m-1}\mu(\omega(t),\omega(t+1))\leq e_0\}\ .$$

Ψ の閉凸性及び支払関数の φ に対する凹性から，捜索者に関しては純粋戦略 φ で，逃避者に関しては混合戦略 $\pi\in\Pi:=\{\pi|\pi(\omega)\geq 0,\omega\in\widehat{\Omega},\sum_{\omega\in\widehat{\Omega}}\pi(\omega)=1\}$ の範囲内でゲームの解が得られる．φ, π に対する期待支払いは $R(\varphi,\pi)=\sum_{\omega}\pi(\omega)R(\varphi,\omega)$ となり，問題は次式により定式化できる．

$$(P_1^p)\quad \max_{\varphi}\ \min_{\pi}\ R(\varphi,\pi)\quad s.t.\quad \varphi\in\Psi,\ \ \pi\in\Pi\ . \tag{1}$$

3．パス型解法

問題 (P_1^p) が $\max_{\varphi\in\Psi}\ \min_{\pi\in\Pi}\ R(\varphi,\pi)=\max_{\varphi\in\Psi}\ \min_{\omega\in\widehat{\Omega}}\ R(\varphi,\omega)=\max_{\varphi\in\Psi}\ \{\eta|R(\varphi,\omega)\geq\eta,\omega\in\widehat{\Omega}\}$ と変形できること，及び $R(\varphi,\omega)\geq\eta$ が $\sum_{t\in\widehat{\boldsymbol{T}}}\alpha_{\omega(t)}\varphi(\omega(t),t)\geq\eta$ と同値であることに注意すれば，最適な捜索

努力配分 φ^* とゲームの値は次の線形計画問題を解けばよい.

$$(P_2^p)\quad \max_{\{\eta,\varphi(i,t)\}} \eta$$
$$s.t.\quad \sum_{t\in\widehat{\boldsymbol{T}}} \alpha_{\omega(t)}\varphi(\omega(t),t) \geq \eta,\ \omega\in\widehat{\Omega},\ \ \sum_{i\in\boldsymbol{K}}\varphi(i,t)\leq\Phi(t),\ \ t\in\widehat{\boldsymbol{T}},\ \varphi(i,t)\geq 0,\ \ i\in\boldsymbol{K},\ t\in\widehat{\boldsymbol{T}}\,.$$

同様に, 逃避者の最適なパス選択確率 π^* は次の双対問題を解けば得られる.

$$(D_2^p)\quad \min_{\{\nu(t),\pi(\omega)\}} \sum_{t\in\widehat{\boldsymbol{T}}}\Phi(t)\nu(t)\quad s.t.\quad \alpha_i\sum_{\omega\in\widehat{\Omega}_{it}}\pi(\omega)\leq\nu(t),\ i\in\boldsymbol{K},\ t\in\widehat{\boldsymbol{T}},\ \sum_{\omega\in\widehat{\Omega}}\pi(\omega)=1,\ \pi(\omega)\geq 0,\ \omega\in\widehat{\Omega}.$$

ただし, $\widehat{\Omega}_{it}$ は時点 t でセル i を通る実行可能パスの集合 $\widehat{\Omega}_{it}:=\{\omega\in\widehat{\Omega}|\omega(t)=i\}$ である.

さて, 実行可能性条件がない場合のパス総数は n^m で見積もられ問題のサイズに対する指数増加性をもつから, 上の解法が現実に使えるかどうかは, 実行可能性条件によりパス総数がどこまで減少できるかにかかっている.

4. 確率遷移型解法

ここでは, 逃避者の存在確率を用いることにより, パス総数の指数増加性を回避する工夫を議論する. 問題を簡単にするため, エネルギー消費関数 $\mu(\cdot)$ 及び初期エネルギー e_0 は非負整数値をとるものとし, 考えられるエネルギー状態全体を $\boldsymbol{E}=\{0,\cdots,e_0\}$ で表す. また, 上の議論から, 支払関数を捜索努力量の線形関数とする. いま, 時刻 t にセル i にいて残存エネルギー e を保有する状態に逃避者がいる確率を $q(i,t,e)$ で表す. また, 状態 (i,t,e) にあって, 次の時点 $t+1$ でセル j に移動する確率を $v(i,j,t,e)$ とする. $h(t)$ は, 時点 t 以降の最適捜索努力配分により得られる期待支払いの最大値を表す. 状態 (i,t,e) から次の時点 $t+1$ に移動可能なセル群は $N(i,t,e)=\{j\in N(i,t)|\mu(i,j)\leq e\}$ であり, 状態 (i,t,e) へ遷移可能な前の時点 $t-1$ での存在可能セル群は $N^*(i,t,e)=\{j\in\boldsymbol{K}|i\in N(j,t-1,e+\mu(j,i))\}$ である. さて, $h(t)$ に関しては以下の漸化式が成り立つ.

$$h(t)=\max_{\varphi}\left\{\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\alpha_i\varphi(i,t)\sum_{e\in\boldsymbol{E}}q(i,t,e)+h(t+1)\right\}=\Phi(t)\max_i\left(\alpha_i\sum_e q(i,t,e)\right)+h(t+1)\,. \tag{2}$$

したがって, 任意の $i\in\boldsymbol{K}$ に対しては $h(t)\geq\Phi(t)\alpha_i\sum_e q(i,t,e)+h(t+1)$ である. 時点 τ 以降の捜索による $h(\tau)$ を最小にすることが逃避者の意図であるから, このゲームは次の線形計画問題を解けばよい. これにより逃避者の存在と移動に関する最適解 q^*, v^* が得られる.

$$(P_1^e)\quad \min\ h(\tau) \tag{3}$$
$$s.t.\quad h(t)\geq\Phi(t)\alpha_i\sum_e q(i,t,e)+h(t+1),\ i\in\boldsymbol{K},\ t=\tau,\cdots,m, \tag{4}$$
$$q(i,t,e)=\sum_{j\in N(i,t,e)}v(i,j,t,e),\ i\in\boldsymbol{K},\ t=1,\cdots,m-1,\ e\in\boldsymbol{E}, \tag{5}$$
$$q(i,t,e)=\sum_{j\in N^*(i,t,e)}v(j,i,t-1,e+\mu(j,i)),\ i\in\boldsymbol{K},\ t=2,\cdots,m,\ e\in\boldsymbol{E}, \tag{6}$$
$$\sum_{i\in S_0}q(i,1,e_0)=1, \tag{7}$$
$$\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\sum_{e\in\boldsymbol{E}}q(i,t,e)=1,\ t\in\boldsymbol{T}, \tag{8}$$
$$v(i,j,t,e)\geq 0,\ i,j\in\boldsymbol{K},\ t=1,\cdots,m-1,\ e\in\boldsymbol{E}\,. \tag{9}$$

5. 数値例

いくつかの拡張された問題に対しても, P_1^e による定式化は柔軟に適用可能である. 紙数の関係上, これらの例については発表会当日紹介する.

参考文献

[1] 宝崎, A.R. Washburn: 日本ＯＲ学会 2000 年度秋季研究発表会アブストラクト集, pp.242-243, 2000.9

[2] 宝崎, 飯田: 日本ＯＲ学会 2001 年度春季研究発表会アブストラクト集, pp.226-227, 2001.5.